

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

"APLICAÇÕES DE MÉTODOS COMBINATÓRIOS A SISTEMAS  
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA : SELEÇÃO DE PSEUDOMEDIDAS PARA MODELAGEM  
EXPLÍCITA DO SISTEMA EXTERNO"

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

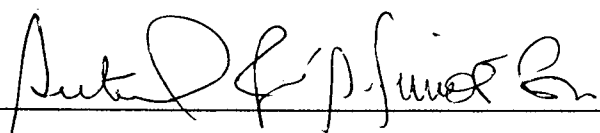
MARCELO J. TARDÍO ARZE

Florianópolis, Setembro, 1991

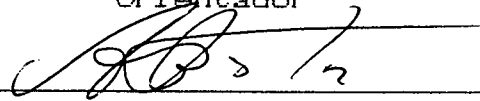
"APLICAÇÕES DE MÉTODOS COMBINATÓRIOS A SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA :  
SELEÇÃO DE PSEUDOMEDIDAS PARA MODELAGEM EXPLÍCITA DO SISTEMA EXTERNO"

Marcelo J. Tardio Arze

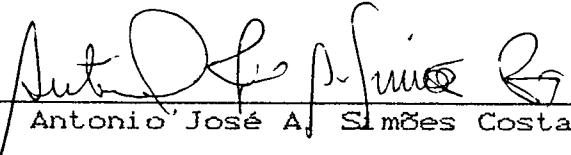
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM  
ENGENHARIA - ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM SUA FORMA  
FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

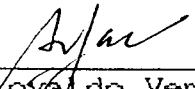
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Antonio José A. Simões Costa, Ph.D.


Orientador


  
\_\_\_\_\_  
Prof. João Pedro Assumpção B., Dr. d'Etat  
Coordenador de Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

APRESENTADA PERANTE A BANCA EXAMINADORA COMPOSTA DOS PROFESSORES

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Antonio José A. Simões Costa, Ph. D

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Ariovaldo Verandio Garcia, Dr. Eng. El

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Luiz Fairo Branco Machado, Dr. Ing.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph. D.



A meus pais e irmãos  
que amo muito

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antônio José Alves Simões Costa pela amizade nos momentos difíceis e colaboração na orientação do trabalho.

A meus pais e irmãos pelo apoio e incentivo sempre recebidos.

A Adriana, por todo seu amor e compreensão.

A J. Carlos Luiz pelos desenhos.

Aos professores, colegas e funcionários da Pós-Graduação que, de uma ou de outra forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

À Universidade Federal de Santa Catarina pelo apoio técnico e a CAPES pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Este trabalho introduz um método para selecionar pseudomedidas e informações críticas que modelam explicitamente o Sistema Externo, com o objetivo de realizar posteriormente a Análise de Contingências e Análise de Segurança do Sistema Interconectado em tempo-real. O uso de pseudomedidas e informações críticas para o Sistema Externo evita a contaminação das estimativas dos estados do Sistema Interno.

No trabalho, é proposto um algoritmo combinatório baseado na intersecção de matróides ponderados, o qual tem como característica importante uma grande flexibilidade para permitir o uso de diversos critérios de seleção por parte do usuário.

Os resultados da seleção das pseudomedidas do Sistema Externo são verificados através de um estimador de estados seqüencial ortogonal baseado em rotações de Givens. Para evitar os grandes erros de potência reativa no Sistema Externo que a literatura aponta, os limites físicos das máquinas são substituídos por valores esperados para os limites de geração de potência reativa, na condição de operação considerada. O mesmo conceito é aplicado às barras de carga com limitação de tensão do Sistema Externo. Posteriormente, com os resultados da estimação de estados são realizados testes de Análise de Contingências.

Os sistemas-teste empregados são : 14 e 30 barras do IEEE e o sistema reduzido de 48 barras da Eletrosul-Celesc.

## ABSTRACT

A method for critical pseudo measurement selection in real time to model an unreduced External System for Contingency Analysis is introduced. The critical pseudo measurements of External System do not affect the Internal State Estimation.

In this work a combinatorial algorithm based on weighted matroid intersection is proposed. An important feature of this algorithm is flexibility to allow user employs several criterions for pseudo measurement selection.

The results are verified in a Orthogonal State Estimator based on Givens rotations. To reduce large reactive power mismatches, values for "expexted limits" instead of physical limits are used satisfactorily to enforce power reactive generation in External System. The load buses with voltage limitation are enforced too.

The 14 and 30 buses test systems of IEEE and the reduced 48 buses Southern Brazilian are employed to test results.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

1.1 Definição do Problema..... 01

1.2 Modelagem do Sistema Externo..... 02

    1.2.1 Métodos que usam Equivalentes Externos..... 03

    1.2.2 Métodos de Solução Externa..... 03

    1.2.3 Comentários..... 06

1.3 Métodos de Solução Externa : Revisão Bibliográfica..... 07

1.4 Abordagem e Contribuições do Trabalho..... 09

1.5 Organização do Trabalho..... 10

CAPÍTULO 2 A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS NA ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

2.1 Introdução..... 12

2.2 Revisão da Estimação de Estados em Sistemas de Potência..... 13

    2.2.1 Estimação de Estados pelo Método dos Mínimos Quadrados Ponderados..... 13

    2.2.2 Observabilidade..... 18

        2.2.2.1 Definições..... 18

        2.2.2.2 Observabilidade P-Delta/QV..... 19

        2.2.2.3 Observabilidade Topológica..... 20

2.2.3	Medidas Críticas.....	22
2.2.4	Efeito de Medidas Não Redundantes na Estimação de Estados.....	23
2.3	Estimação de Estados na Análise de Contingências.....	25
2.3.1	Estimação de Estados em Dois Estágios.....	26
2.3.2	Estimação de Estados Completa.....	27
2.4	Considerações Finais.....	29

### **CAPÍTULO 3    TEORIA DE MATRÓIDES**

3.1	Introdução.....	30
3.2	Terminologia, Notação e Definições Básicas.....	31
3.2.1	Notação e Definições Básicas.....	31
3.2.2	Grafos.....	32
3.3	Matróides : Definição e Tipos.....	34
3.3.1	Definição.....	34
3.3.2	Tipos de Matróides.....	36
3.4	Definições Adicionais e Propriedades Básicas dos Matróides.....	39
3.5	Intersecção de Matróides.....	44

### **CAPÍTULO 4    MATRÓIDES PONDERADOS**

4.1	Introdução.....	47
4.2	Simbologia e Definições Básicas.....	48
4.3	Propriedades Básicas.....	50
4.4	Intersecção de Matróides Ponderados.....	52

4.4.1	Introdução.....	52
4.4.2	Método para a Determinação da Intersecção de Máxima Cardinalidade e Peso entre dois Matróides Ponderados.....	53
4.4.3	Algoritmo de Intersecção de Matróides Ponderados.....	58
4.5	Exemplo de Aplicação para Determinação da Intersecção de Matróides Ponderados.....	59
 <b>CAPÍTULO 5 APLICAÇÃO DA TEORIA DE MATRÓIDES A SISTEMA ELÉTRICOS DE POTÊNCIA</b>		
5.1	Introdução.....	64
5.2	Formulação do Problema.....	65
5.2.1	Grafo Ponderado de Medição do Sistema Interconectado.....	66
5.2.2	Definição dos Matróides Ponderados para a Aplicação em Sistemas de Potência.....	67
5.3	Algoritmo.....	68
5.3.1	Considerações Iniciais.....	68
5.3.2	Algoritmo Proposto.....	69
5.3.3	Descrição do Algoritmo Proposto.....	71
5.4	Alguns Critérios de Ponderação.....	80
5.4.1	Medidas Pertencentes a diferentes Varreduras no Tempo : Ponderação por Idade.....	80
5.4.2	Ponderação por Tipo de Medida.....	82
5.4.3	Ponderação de Medidas por Tipo de Barras à que pertencem.....	83
5.5	Exemplo de Aplicação do Algoritmo a Sistemas Elétricos de Potência...	85

## CAPÍTULO 6 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

6.1	Introdução.....	92
6.2	Resultados da Seleção do Conjunto Mínimo de Pseudomedidas e Informações para o Sistema Externo.....	93
6.2.1	Considerações Preliminares.....	93
6.2.2	Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.....	94
6.2.3	Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.....	98
6.2.4	Sistema-teste de 48 Barras do Sistema Sul.....	102
6.2.5	Estatística dos Tempos de Computação.....	107
6.3	Resultados da Estimação de Estados.....	108
6.3.1	Considerações Iniciais.....	108
6.3.2	Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.....	110
6.3.3	Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.....	112
6.3.4	Sistema-teste de 48 Barras do Sistema Sul.....	115
6.4	Resultados da Análise de Contingências.....	121
6.5	Considerações Finais.....	124

## CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1	Conclusões.....	127
7.2	Recomendações.....	129

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	131
---------------------------------	-----

## APÊNDICE A Diagramas Unifilares, M.A.G.O.s, Parâmetros e Planos



	de Medição do Sistema de 14 Barras do IEEE.....	138
<b>APÉNDICE B</b>	Diagramas Unifilares, M.A.G.O.s, Parâmetros e Planos de Medição do Sistema de 30 Barras do IEEE.....	145
<b>APÉNDICE C</b>	Diagramas Unifilares, M.A.G.O.s, Parâmetros e Planos de Medição do Sistema de 14 Barras Eletrosul-Celesc.....	153
<b>APÉNDICE D</b>	Teoremas e Lemas Básicos dos Matróides Ponderados.....	165

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

#### 1.1 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Os modernos Centros de Operação de Sistemas (COS) são os responsáveis pela monitoração e controle da área do Sistema de Potência Interligado ao qual pertencem. A parte do Sistema que está normalmente monitorada com telemidas em tempo real que são enviadas ao COS será referida como Sistema Interno, enquanto que o termo "Sistema Externo" será utilizado para designar as áreas restantes do sistema interligado. O efeito do Sistema Externo sobre o Sistema Interno, em regime permanente, é refletido através dos fluxos de potência das interligações nas barras de fronteira.

Em geral, os centros de operação recebem diversas informações, tais como :

- Telemidas correspondentes às quantidades monitoradas em tempo-real do Sistema Interno.
- Informações sobre quantidades do Sistema Externo, como fluxos e injeções em alguns pontos de interesse.
- Dados da topologia do Sistema Externo.

Uma das funções básicas do COS é processar o conjunto de medidas em

tempo-real através de um estimador de estados, para obter a melhor estimativa do estado atual do Sistema Interno. Como etapa posterior é realizada a Análise de Segurança do Sistema de Potência. Entende-se por Segurança de um Sistema de Potência a capacidade do sistema de suportar distúrbios tais como saídas de linhas ou geradores [1]. A Análise de Contingências em tempo-real é comumente empregada na atualidade para efetuar a contínua monitoração da segurança do sistema, e consiste na simulação de um conjunto pré-determinado de contingências (as mais prováveis) e verificação de violações dos limites de operação do sistema. O sistema de potência é considerado em estado seguro de operação se nenhuma contingência causar sobrecargas em linhas de transmissão ou violações nos limites de tensão.

Para a realização da Análise de Contingências, necessita-se de um modelo do sistema interligado em tempo-real que considere o Sistema Interno e uma modelagem da influência da rede externa. O ponto de operação do Sistema Interno é determinada com precisão através da estimação de estados do Sistema Interno. A representação do Sistema Externo é realizada geralmente através das seguintes aproximações :

- Representando o Sistema Externo através de equivalentes externos.
- Representando o Sistema Externo através da sua topologia integral.

## 1.2 - MODELAGEM DO SISTEMA EXTERNO

O modelo do Sistema Externo pode ser construído "off-line", em tempo real, ou mediante a combinação de ambos [1]. Uma vez obtido ele é acoplado ao Sistema Interno para a realização da Análise de Contingências. O modelo da

rede externa, deve fornecer uma boa representação da reação do Sistema Externo sobre o Sistema Interno quando da simulação das contingências constantes da lista investigada durante a Análise de Segurança do Sistema Interno.

### 1.2.1 - MÉTODOS QUE USAM EQUIVALENTES EXTERNOS

Nos métodos que usam equivalentes externos a rede externa é representada por um modelo reduzido "off-line" até as barras de fronteira ou até as vizinhanças do Sistema Interno, e é constantemente atualizada para a operação em tempo-real. As diferentes variações destes métodos fazem com que se empreguem diferentes técnicas de redução da rede externa assim como diferentes procedimentos para fechar o balanço de potência nas barras de fronteira [5].

As variações de carga e geração no Sistema Externo, podem ser refletidas em tempo real no equivalente externo mudando as injeções de potência na fronteira de tal forma a fechar o balanço de potência. Após o balanço de potência na fronteira, o modelo já ajustado do equivalente externo, é acoplado ao Sistema Interno para realização da Análise de Contingências e posterior avaliação da resposta do Sistema Interno frente as possíveis contingências [1].

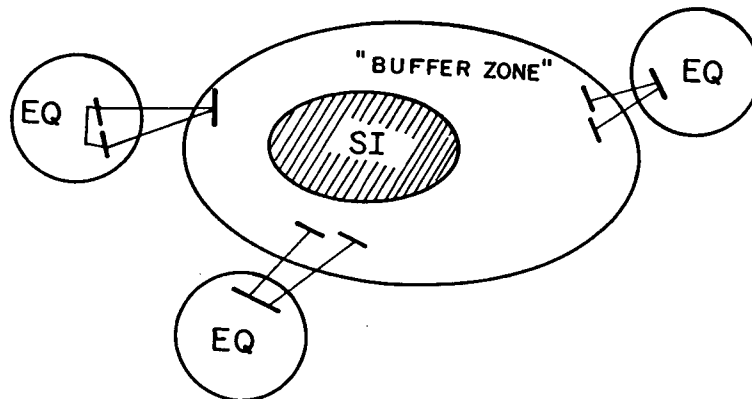
Entre os diversos tipos de equivalentes externos pode-se citar : o equivalente Ward [11], o Ward Estendido [8, 12, 20], o equivalente REI [13], o equivalente X-REI [14], o equivalente S-REI [15], entre outros.

### 1.2.2 - MÉTODOS DE SOLUÇÃO DA REDE EXTERNA

Nos métodos de solução da rede externa externa, grande parte da rede é modelada de forma explícita. A maior parte das companhias de energia possuem

uma modelagem completa e detalhada do seu próprio sistema, o que serve para resolver com suficiente precisão a rede do Sistema Interno através do estimador de estados. No entanto a modelagem das companhias externas pela própria companhia em forma explícita, pode ser feita através das seguintes aproximações :

- a) Uma parte do Sistema Externo, freqüentemente denominada de "buffer zone" na literatura, é representada explicitamente e de forma detalhada, e o restante da rede (mais afastada eletricamente do Sistema Interno) é modelada por um equivalente externo [1, 18] (Ver Fig 1-1).

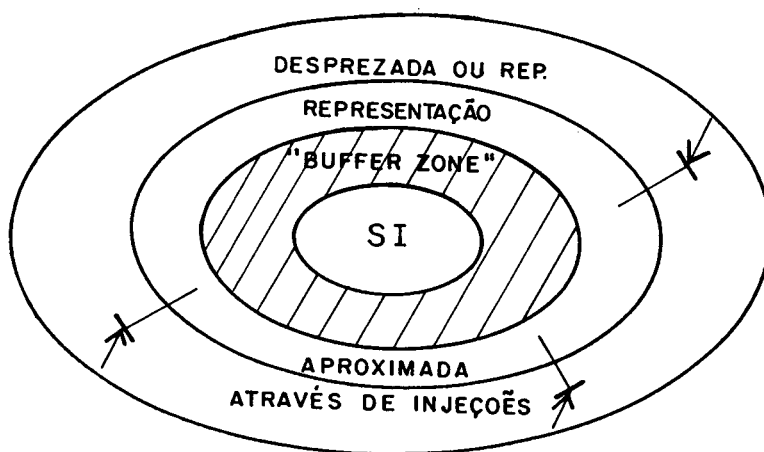


*Variante (a)*

*Figura 1-1 Representação do Sistema Interligado em forma explícita*

- b) A parte do Sistema Externo que tem efeitos significativos sobre o Sistema Interno ("buffer zone") é representada detalhadamente, e uma outra parte do Sistema Externo que tem algum efeito no Sistema Interno, é representada de uma forma aproximada, e a

parte eletricamente mais afastada, que tem pouca influência sobre o Sistema Interno, é desprezada ou representada simplesmente por injeções de potência [3],[19] (Ver Fig 1-2).



*Variante (b)*

*Figura 1-2 Representação do Sistema Interligado em forma explícita*

É possível constatar, através do acompanhamento da literatura na área, uma tendência cada vez maior das empresas no sentido de proporcionarem um intercâmbio mais intenso de informações entre seus respectivos COS's através de laços de comunicação [2, 3, 4, 6, 19]. Assim, informações como "status" de linhas de transmissão importantes e alguns valores de fluxos, injeções e tensões do Sistema Externo passam a estar disponíveis no COS do Sistema Interno. Juntamente com outras pseudomedidas, estes dados podem ajudar a tornar observável uma grande parte do Sistema Externo. Esta possibilidade é ainda mais concreta em países como o Brasil, onde as concessionárias do setor elétrico são estatais e, além disso, encontra-se em operação o Sistema Nacional de Supervisão e Coordenação da Operação Interligada (SINSC) que, sendo um órgão de coordenação a nível nacional, deve facilitar ainda mais estas trocas de informação.

Considerando-se portanto, a disponibilidade de informações que tornem o sistema interconectado global observável, passa a ser viável a obtenção dos estados para este sistema como um todo.

### 1.2.3 - COMENTÁRIOS

Os métodos que usam equivalentes externos foram os primeiros a aparecer como modelo de representação para o Sistema Externo. Os equivalentes externos são um modelo matemático que representam aproximadamente o Sistema Externo e a resposta deles à Análise de Contingências não produz resultados tão satisfatórios quanto o modelo que resulta da representação explícita do Sistema Externo [5, 6, 19].

Existem também dificuldades para manter o equivalente externo atualizado para a operação em tempo-real. Mudanças de dados analógicos no Sistema Externo não são cruciais, mas mudanças de topologia tais como entrada ou saída de geradores e linhas de transmissão no Sistema Externo ( próximas ao Sistema Interno), devem ser traduzidas pelo modelo para que melhores resultados sejam obtidos [7]. Uma mudança de topologia importante no Sistema Externo normalmente exige um novo cálculo do equivalente externo, o que provoca uma elevação de tempo computacional.

A principal vantagem do equivalente externo é fazer com que, o tamanho da rede externa fique reduzido. Contudo, esta rede reduzida, não proporciona grandes vantagens computacionais, já que, geralmente existem linhas fictícias (como resultado da redução) que fazem conexão entre as barras de fronteira, diminuindo a esparsidade da matriz de admitâncias. Por outro lado, a rede reduzida apresenta as vezes baixas relações  $X/R$  que são raras de se apresentar na prática, causando prejuízo na eficiência computacional [19].

Quando a representação com equivalentes externos não tem uma

correspondência direta entre cada elemento de sua base de dados e as informações provenientes da troca de informações entre COS, a atualização do equivalente se torna difícil [7]. No caso de representação explícita do Sistema Externo, a base de dados é compatível com as medidas intercambiadas entre COS, o que facilita muito sua atualização [7], além de economizar custos em "software" e numa base de dados associada aos equivalentes [1].

### 1.3 - MÉTODOS DE SOLUÇÃO DA REDE EXTERNA : REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Encontram-se na literatura diversos métodos para a obtenção dos estados em um sistema de potência interligado. É possível classificá-los nos seguintes grupos :

- 1) Estimação de estados combinada com fluxo de potência [8,2]
- 2) Estimação de estados realizada em dois estágios [2].
- 3) Estimação completa [1,18].

O primeiro método foi amplamente testado por Monticelli [8], Bose [5] e Geisler [2]. O método emprega técnicas do fluxo de potência tais como regulação de tensões em barras de carga e regulação de reativo em barras PV. Para representar o Sistema Externo através de um modelo do tipo "fluxo de potência" os seguintes passos devem ser executados [1] :

- 1) Colheita-se informações disponíveis da rede do Sistema Externo.
- 2) Determina-se o ponto de operação do Sistema Externo.
- 3) Resolve-se o fluxo de potência para o sistema formado pelo Sistema Externo e as barras de fronteira, as quais são tratadas como barras de folga. Os valores de tensão e ângulo das barras de fronteira são especificados pelo resultado da estimação de



estados do Sistema Interno.

#### 4) Balanço de potência nas barras de fronteira.

No segundo passo, na determinação do ponto de operação da rede, o método usa qualquer informação disponível do Sistema Externo (configuração, injeções de potência, tensões em barras PV, taps dos transformadores, etc) para construir um modelo completo e não-reduzido da rede externa [20]. Existem também trabalhos que usam técnicas sofisticadas para determinar o ponto de operação da rede externa quando há ausência de telemidas do Sistema Externo [2]. Este tipo de método apresenta deficiências devido a grandes erros nas injeções de potência na fronteira, resultantes da rigidez na solução do fluxo de potência.

O segundo método proposto por Bose e Geisler em [2], resolve a rede do sistema interconectado mediante a estimação de estados realizada em dois estágios. Numa primeira estimação resolve-se a rede do Sistema Interno, para em seguida resolver a rede do Sistema Externo, com todos os dados disponíveis da rede externa e da fronteira. Quando valores desejados, tais como injeções nas barras de fronteira apresentam erros significativos, propõem-se calibrações dos elementos da matriz de covariâncias dos erros de medição, para obrigar que estas quantidades assumam valores aceitáveis. Da mesma maneira, para limitar o reativo nos geradores do Sistema Externo, propõe-se o mesmo tipo de calibrações, o que tende a aumentar o número de iterações do processo e o tempo computacional. As injeções de fronteira, que representam a reação do Sistema Externo, podem ser comprometidas devido a imprecisões ou erros grosseiros nos dados do Sistema Externo.

O terceiro tipo de método usa um conjunto não redundante de medidas para resolver, numa só estimação de estados, o Sistema Interno e o Externo. Um requisito fundamental é que a modelagem do Sistema Externo não afete o

resultado da estimação interna. Em outras palavras, os estados estimados do Sistema Interno, resultado da estimação de estados da rede interna e externa, devem coincidir com os estados da estimação que usa simplesmente o conjunto de telemedidas do Sistema Interno. Para cumprir este objetivo, é necessário tornar o Sistema Externo observável através do uso de apenas um conjunto mínimo de pseudomedidas não-redundantes.

A idéia foi apresentada na Ref. 21 e foi usada por Daniels em [22] e recentemente na Ref 18. Monticelli e Wu [18], usaram medidas "dormentes" para implementar as limitações de potência reativa nas barras de geração do Sistema Externo e optaram por usar um plano mínimo de medição. Isto é, um plano de medição que usa apenas um conjunto de telemedidas e/ou pseudomedidas essenciais no Sistema Externo para viabilizar a estimação de estados global. De acordo com estes autores, o plano mínimo de medição é formado apenas por medidas de potência ativa e reativa.

#### 1.4 - ABORDAGEM E CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO

O último tipo de método abordado na seção anterior, que usa um conjunto não-redundante de medidas para estimar os estados do Sistema Externo, tem uma necessidade fundamental : encontrar um conjunto de pseudomedidas e informações de maior confiabilidade do Sistema Externo para serem fornecidas ao estimador de estados em tempo real.

As publicações existentes na literatura sobre este último método [1,19] versam sobre esta necessidade fundamental, o que evidencia conseqüentemente, a ausência de contribuições para resolver este problema por parte dos especialistas. Em vista da necessidade de se selecionar um conjunto de pseudomedidas e informações de maior confiabilidades do Sistema Externo no

COS do Sistema Interno, propõe-se um método flexível e de sólida base matemática para fazer uma seleção do melhor dos planos críticos do sistema interconectado de acordo com o critério do usuário. O método proporciona a facilidade para permitir ao usuário decidir sob que critérios vai fazer a seleção das informações. Como exemplo de alguns critérios podem-se citar : tipo de medida, tipo de barra à qual pertence a medida, idade da medida, etc.

O trabalho mais relevante no que se refere a este último método foi apresentado por Monticelli e Wu em [19]. Nesta publicação os autores se restringem ao uso de planos mínimos de medição formados apenas por medidas de injeções de potência (plano mínimo do tipo "load flow"). Portanto, já que se dispõe de uma ferramenta como é a estimação de estados, a qual permite incorporar outro tipo de quantidades medidas como fluxos de potência nas linhas de transmissão; o estudo também apresenta testes realizados com planos mínimos de medição que incluem este tipo de medidas.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está organizado da seguinte maneira : No Capítulo 2 é apresentada uma revisão teórica da estimação de estados, assim como sua aplicação para a Análise de Segurança. É apresentado o método para seleção de medidas que constituirão um plano mínimo de medição para o Sistema Externo.

O Capítulo 3 apresenta uma revisão teórica das ferramentas matemáticas empregadas : matróides e interseção de matróides. O Capítulo 4 introduz à teoria de matróides ponderados, seus fundamentos teóricos e aplicações.

No Capítulo 5 é apresentada a aplicação do algoritmo de intersecção de matróides ponderados ao problema de estimação de estados de sistemas

interligados. Os resultados da aplicação do método proposto a três sistemas-teste são discutidos no Capítulo 6. Nesse Capítulo são também apresentados alguns resultados da aplicação de planos mínimos de medição para realização da Análise de Contingências. Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões e as recomendações para futuros trabalhos.

## CAPÍTULO 2

### A ESTIMAÇÃO DE ESTADOS NA ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

Um aspecto essencial na modelagem da rede externa é realizar o balanço de potência nas barras de fronteira com o menor erro possível. Desta maneira se está refletindo adequadamente a reação do Sistema Externo frente a uma contingência.

A literatura aponta algumas deficiências no uso do fluxo de potência na resolução da rede do Sistema Externo para realizar a Análise de Contingências, tais como : grandes erros nas injeções de potência nas barras de fronteira, falta de limitação de reativo nos geradores do Sistema Externo quando localizados na fronteira e tratamento inadequado de barras de transferência de fronteira [1,2,32].

A procura da minimização dos erros nas injeções de fronteira levou ao uso da estimação de estados, considerada como um refinamento no balanço de potência na fronteira [1]. A estimação de estados permite não só o uso de planos de medição compostos não apenas por medidas de injeção, mas também por medidas de fluxo de potência nas linhas de transmissão. Finalmente, é possível se utilizar à semelhança de estudos de fluxo de potência, técnicas de

limitação de reativo nos geradores do Sistema Externo, para limitar possíveis desvios da solução com respeito ao ponto de operação real [18].

Neste Capítulo é apresentada na Seção 2.2, uma revisão da estimação de estados e dos conceitos necessários para o trabalho. A Seção 2.3 apresenta a estimação de estados como técnica na Análise de Contingências. Finalmente, na Seção 2.4, encontram-se as considerações finais.

## 2.2 - REVISÃO DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA .-

Nesta seção é feita uma breve revisão do algoritmo básico de estimação de estados através dos mínimos quadrados, assim como de conceitos relativos à observabilidade e medidas críticas. Logo, são apresentadas equações da estimação de estados que levam em conta um conjunto não redundante de medidas.

### 2.2.1 - ESTIMAÇÃO DE ESTADOS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS

Esta Seção descreve as equações da estimação de estados pelo método dos mínimos quadrados ponderados de forma a apresentar notações e conceitos básicos.

As equações não-lineares que relacionam as medidas com o vetor de estados estão descritas por :

$$\underline{z} = \underline{h}(\underline{x}) + \underline{\eta} \quad (2.1)$$

com :

$$E \{ \underline{\eta} \} = \underline{0} \quad (2.2)$$

$$E \{ \underline{\eta} \cdot \underline{\eta}^T \} = \text{cov} \{ \underline{\eta} \} = R \quad (2.3)$$

onde :

$\underline{z}$  : Vetor de medidas ( $m \times 1$ ).

$\underline{h}(\cdot)$  : Vetor das funções não lineares ( $m \times 1$ ).

$\underline{x}$  : Vetor de variáveis de estado ( $n \times 1$ ), onde  $n = 2N - 1$ .

$\underline{\eta}$  : Vetor dos erros de medição ( $m \times 1$ ).

$E \{ \cdot \}$  : Valor esperado, operador expectância.

$R$  : Matriz de covariância dos erros de medição.

$m$  : Número de medidas.

$N$  : Número de barras da rede.

$n$  : Número de estados.

A estimativa do vetor de estados  $\underline{x}$  é designada por  $\hat{\underline{x}}$  e é obtida da minimização da função :

$$J(\underline{x}) = [ \underline{z} - \underline{h}(\underline{x}) ]^T R^{-1} [ \underline{z} - \underline{h}(\underline{x}) ] \quad (2.4)$$

Para contornar a não-linearidade de  $\underline{h}(\cdot)$ , a equação (2.1) é linearizada em torno de uma condição de operação dada pelo vetor de estado  $\underline{x}^k$ . A função custo a ser minimizada tem então a seguinte forma [21,22]:

$$J(\Delta \underline{x}) = [ \Delta \underline{z} - H(\underline{x}^k) ]^T R^{-1} [ \Delta \underline{z} - H(\underline{x}^k) ] \quad (2.5)$$

onde :

$\Delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}^k$  : Vetor de correções para o vetor atual de estado  $\underline{x}^k$  ( $n \times 1$ ).

$\Delta \underline{z} = \underline{z} - \underline{h}(\underline{x}^k)$  : Vetor incremental de medidas ( $m \times 1$ ).

$$H(\underline{x}^k) = \left. \frac{\partial \underline{h}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x} = \underline{x}^k} : \text{Matriz Jacobiana.}$$

A condição de otimalidade é tornar o gradiente de  $J$  igual a zero na solução ótima  $\hat{\underline{x}}$ , isto é :

$$\frac{\partial J(\Delta \underline{x})}{\partial \Delta \underline{x}} = \underline{0} \quad (2.6)$$

ou :

$$H^T(\underline{x}^k) R^{-1} [\Delta \underline{z} - H(\underline{x}^k) \Delta \underline{x}] = \underline{0} \quad (2.7)$$

o que fornece a chamada equação normal de Gauss [21] :

$$[ H^T(\underline{x}^k) R^{-1} H(\underline{x}^k) ] \Delta \underline{x} = H^T(\underline{x}^k) R^{-1} \Delta \underline{z} \quad (2.8)$$

A solução final do problema da estimação de estados é obtida através de um processo iterativo em que  $\Delta \underline{x}$  é calculado a cada iteração resolvendo-se a equação (2.8). O vetor  $\Delta \underline{x}$  é utilizado para atualizar o estado corrente, obtendo-se assim o novo vetor de estados a ser usado na próxima iteração. Isto é :

$$\underline{x}^{k+1} = \underline{x} + \Delta \underline{x}^k \quad (2.9)$$

para  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ , até a convergência ou até  $n$  que o número máximo de iterações.

O uso da equação (2.8) para se estimar os  $n$  estados, processando-se  $m$  medidas ( $m \geq n$ ), requer que a matriz ganho dada por :

$$G(\underline{x}^k) = H^T(\underline{x}^k) R^{-1} H(\underline{x}^k) \quad (2.10)$$

seja uma matriz não-singular. Sendo  $R$  uma matriz diagonal não-singular, isto implica em que a matriz Jacobiana  $H$  deve ter um posto igual a  $n$  [23].



Portanto, é preciso que se disponha de, pelo menos, um conjunto de  $n$  medidas tais que as  $n$  linhas correspondentes na matriz Jacobiana sejam linearmente independentes.

O resíduo da estimação é definido por :

$$\underline{r} = \underline{z} - \underline{h}(\hat{\underline{x}}) \quad (2.11)$$

e a matriz de covariância dos resíduos é dada por [27,50] :

$$\text{cov} \{ \underline{r} \} = E \{ \underline{r} \underline{r}^T \} = R - H(\hat{\underline{x}}) G^{-1}(\hat{\underline{x}}) H^T(\hat{\underline{x}}) \quad (2.12)$$

É possível também se obter a matriz de sensibilidade dos resíduos com respeito aos erros de medição, a qual é dada por [27,50] :

$$S = \frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{z}} = I - H(\hat{\underline{x}}) G^{-1}(\hat{\underline{x}}) H^T(\hat{\underline{x}}) \quad (2.13)$$

A estimação de estados pode ser obtida usando-se um modelo de medição que faz uso do desacoplamento P- $\delta$ /Q-V. Este desacoplamento é baseado no princípio de que as medidas de potência ativa possuem mais informação sobre os ângulos do que sobre os módulos da tensão complexa, enquanto que as medidas de potência reativa fornecem maiores informações sobre o valor dos módulos da tensão do que acerca dos ângulos. O princípio de desacoplamento fica debilitado quando as linhas de transmissão têm baixas relações X/R [34].

O vetor de estados pode ser particionado como :

$$\underline{x} = [ \underline{\theta}^T : \underline{V}^T ]^T \quad (2.14)$$

onde :

$\underline{\theta}$  : Vetor dos ângulos das tensões complexas ( $N-1 \times 1$ ).

$\underline{V}$  : Vetor dos módulos das tensões complexas ( $N \times 1$ ).

O modelo de medição, por sua vez, pode ser re-escrito da seguinte maneira :

$$\begin{bmatrix} \underline{z_p} \\ \underline{z_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{h_p}(\underline{\theta}, \underline{V}) \\ \underline{h_q}(\underline{\theta}, \underline{V}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\eta_p} \\ \underline{\eta_q} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

onde :

$\underline{z_p}$  : Vetor de  $m_t$  medidas de fluxo ativo e  $m_p$  medidas de injeção de potência ativa,  $[(m_t + m_p) \times 1]$ .

$\underline{z_q}$  : Vetor de  $m_u$  medidas de fluxo reativo,  $m_q$  medidas de injeção de potência reativa e  $m_v$  medidas de módulo de tensão  $[(m_u + m_q + m_v) \times 1]$ .

$\underline{\eta_p}, \underline{\eta_q}$  : Vetor de erros de medição das partes ativa e reativa, respectivamente.

$\underline{h_p}, \underline{h_q}$  : Vetor de funções não lineares relacionadas aos vetores de estado.

Conseqüentemente a matriz Jacobiana pode ser particionada como [34]:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{h_p}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{h_p}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{V}} \\ \frac{\partial \underline{h_q}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{\theta}} & \frac{\partial \underline{h_q}(\underline{\theta}, \underline{V})}{\partial \underline{V}} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Se o sistema de potência satisfaz as condições de desacoplamento P- $\delta$ /Q-V, então é possível representar o Jacobiano como :

$$H = \begin{bmatrix} H_{P\theta} & 0 \\ 0 & H_{QV} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Existem diversas aproximações na literatura especializada para a resolução deste problema em forma iterativa. Umas levam em conta o desacoplamento no modelo, descrita pela equação (2.17), e outras o desacoplamento no algoritmo [34]. Neste caso, as condições para resolução do problema, são que o posto da matriz  $H_{P\theta}$  seja igual a  $(N - 1)$  e que a matriz  $H_{QV}$  tenha posto igual a  $N$ .

## 2.2.2 - OBSERVABILIDADE

### 2.2.2.1 - DEFINIÇÕES

Um sistema de potência é observável no sentido da estimação estática de estados, com respeito a um dado conjunto de medidas  $\mathfrak{M}$ , se as variáveis de estado do sistema podem ser estimadas através do processamento das medidas em  $\mathfrak{M}$  por um estimador de estados. Em caso contrário, o sistema é considerado não-observável com respeito a  $\mathfrak{M}$  [23].

Da definição acima fica clara a relação entre a questão de observabilidade e o posto da matriz  $G$ . De fato, para que se possa resolver a equação normal, é condição necessária que a matriz quadrada  $(n \times n)$   $G$  seja não-singular. Isto implica que a matriz Jacobiana  $H$  deve ter posto completo, ou seja, o posto de  $H$  deve ser igual a  $n$ . Há portanto a necessidade de se

dispor de pelo menos um subconjunto de medidas de  $\mathfrak{M}$  composto por  $n$  medidas tais que as  $n$  linhas da matriz Jacobiana sejam linearmente independentes. Isto conduz à definição de observabilidade algébrica.

Um sistema de potência é **algébricamente observável** com respeito a um conjunto de medidas  $\mathfrak{M}$  se a matriz Jacobiana  $H$  tem posto igual a  $n$  [24].

Apesar de um sistema ser algébricamente observável, é possível que, no curso da solução iterativa, surjam problemas numéricos que impeçam a convergência motivados por mau condicionamento da matriz  $H$ . Para levar em conta esta fato, introduz-se a seguinte definição :

Um sistema de potência é **numericamente observável** com respeito a  $\mathfrak{M}$  se as estimativas para os estados podem ser obtidas através da solução iterativa partindo de valores iniciais iguais a 1.0 pu para os módulos e 0.0 rad. para os ângulos das tensões complexas nas barras [23,24].

Verifica-se portanto, que embora a observabilidade numérica implique na observabilidade algébrica, a recíproca não é em geral verdadeira.

A utilização destes conceitos para a determinação a priori da observabilidade são inviáveis porque o tempo de cálculo por ele exigido não é compatível com as aplicações em tempo real. Contudo, através da análise da topologia de um grafo derivado da rede original, é possível se obter o conceito de observabilidade topológica. Este método para a determinação da observabilidade foi implementado de forma computacionalmente eficiente [23].

## 2.2.2.2 - OBSERVABILIDADE P-DELTA / Q-V

A introdução das noções de observabilidade P- $\delta$  e observabilidade Q-V, que são importantes para a investigação da observabilidade topológica, implica na decomposição do problema em dois sub-problemas separados. Ou seja, a análise da observabilidade pode ser realizada separadamente para as partes

P- $\delta$  e Q-V.

Um problema a ser reconhecido é que a presença das medidas de módulo de tensão no subconjunto de medidas reativas introduz uma assimetria entre os dois sub-problemas. Esta dificuldade é contornada pelo procedimento sugerido em [25] e descrito a seguir :

A partir do grafo  $G$  inicial da rede, um grafo  $G'$  aumentado é construído conectando-se todos os nós de  $G$  em que estão feitas as medidas de tensão a um nó adicional ( nó terra ) através de arestas de susceptância fictícia. Cada medida de tensão é então substituída por uma medida de fluxo de potência reativa equivalente na linha fictícia.

Este artifício possibilita a análise de observabilidade das medidas reativas do mesmo modo pelo qual são tratadas as medidas ativas.

No caso geral, portanto, qualquer algoritmo de análise de observabilidade deve ser executado duas vezes para o mesmo sistema. Contudo, os planos de medição utilizados na prática normalmente apresentam as medidas de injeção e fluxo tomadas em pares ativo/reactivo. Se for considerada a presença de medida de tensão apenas na barra de referência, isto significa que conclusões sobre a observabilidade P- $\delta$  e Q-V podem ser obtidas a partir de uma única aplicação do algoritmo de observabilidade [23],[24],[25].

### 2.2.2.3 - OBSERVABILIDADE TOPOLÓGICA

A definição de observabilidade topológica é expressa em termos de grafo da rede e em termos da associação de medidas (que formam o plano de medição) às arestas do grafo da rede.

O grafo da rede associado a um sistema de potência é definido como um grafo cujos vértices correspondem às barras do sistema e cujas arestas correspondem às linhas de transmissão. Uma medida  $z$  pertencente a  $\mathbb{M}$  pode ser

associável a uma aresta do grafo da rede se [26] :

- i)  $z$  é uma medida de fluxo na linha de transmissão do sistema de potência que corresponde à aresta  $e$ ;
- ii)  $z$  é uma medida de injeção em qualquer uma das barras terminais da linha do sistema que corresponde à aresta  $e$ .

Uma árvore geradora do grafo da rede é uma árvore cujo conjunto de vértices é igual ao conjunto de barras do sistema considerado. Uma árvore geradora é observável com respeito ao plano de medição  $\mathfrak{M}$  se e somente se for possível associar uma medida  $z$  pertencente a  $\mathfrak{M}$  a cada uma de suas arestas, sem que existam duas arestas associadas à mesma medida [23].

Uma floresta  $F$  do grafo da rede é um subgrafo que não contém circuitos. Diz-se que uma floresta  $F$  é observável com respeito a  $\mathfrak{M}$  se for possível definir uma associação de medidas em  $\mathfrak{M}$  com cada uma das arestas de  $F$ , sem que existam duas arestas associadas à mesma medida.

Com as definições acima, pode-se então definir a observabilidade topológica :

Um sistema de potência é **topologicamente observável** com respeito a um conjunto de medidas  $\mathfrak{M}$ , se existe uma árvore geradora observável do grafo da rede do sistema com respeito a  $\mathfrak{M}$ .

A conexão entre observabilidade topológica e observabilidade algébrica, isto é, entre a existência de uma árvore geradora observável no grafo da rede e o posto da matriz Jacobiana, é feita através dos seguintes teoremas provados por Krumpholz, Clements e Davis [24] :

**Teorema 1 :** Se um sistema de potência é algébricamente observável com respeito a um plano de medição  $\mathfrak{M}$ , então ele é também topologicamente observável com respeito a  $\mathfrak{M}$ .

**Teorema 2 :** Considere que um sistema de potência é topologicamente observável com respeito a  $\mathfrak{M}$ . Caso os vetores correspondentes às impedâncias das linhas de transmissão do sistema não tenham seus extremos sobre uma determinada superfície  $C$  de dimensão  $(n-1)$ , então o sistema é algebricamente observável com respeito a  $\mathfrak{M}$ .

Observa-se que o Teorema 2 não afirma, a rigor, que a observabilidade topológica implica na observabilidade algébrica (a recíproca é garantida pelo Teorema 1). A ressalva feita no enunciado, contudo, diz respeito a uma combinação fortuita dos valores das impedâncias das linhas do sistema, que pode condizir a problemas numéricos.

Deste modo, a investigação da observabilidade algébrica é equivalente à determinação da observabilidade topológica, isto é, busca de uma árvore geradora observável no grafo da rede, com respeito a  $\mathfrak{M}$ .

### 2.2.3 - MEDIDAS CRÍTICAS

Considerando a matriz Jacobiana  $H$ , uma medida é dita crítica quando a supressão desta do conjunto de medidas  $\mathfrak{M}$  diminui o posto de  $H$  de uma unidade. Ou seja a eliminação de uma medida crítica transforma um sistema em não-observável [27].

As medidas críticas têm as seguintes propriedades :

**Propriedade 1 :** O resíduo de uma medida crítica é nulo, seja qual for o valor numérico ou valor de ponderação desta medida [24],[25].

Esta caracterização numérica é facilmente compreendida tendo em

vista a não existência de nenhuma observação redundante com este tipo de medida; ou seja, uma medida crítica provê informação que não é fornecida por qualquer outra medida.

**Propriedade 2 :** As linhas e colunas da matriz de sensibilidade  $S$  correspondentes às medidas críticas são nulas [25].

Desta propriedade se conclui que uma medida crítica não interage com qualquer outra medida, ou seja, um erro arbitrário sobre uma medida crítica não afeta os resíduos de outras medidas. Portanto, as estimativas obtidas para medidas não críticas não são afetadas pela presença de uma medida crítica. É possível, contudo, se determinar o conjunto de quantidades estimadas afetadas por uma medida crítica espúria [25].

**Propriedade 3 :** Considere um sistema observável. Seja  $T$  o conjunto de quantidades estimadas afetadas por uma medida crítica errônea. Suponha que a medida crítica é eliminada do conjunto de medidas. Então os elementos de  $T$  são quantidades que, se medidas e acrescentadas individualmente ao plano de medição, incrementam de uma unidade o posto de  $H$  [24].

#### 2.2.4 - EFEITO DE MEDIDAS NÃO-REDUNDANTES NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS [18]

Seja um sistema de potência interconectado. O índice 1 será usado para denotar quantidades associadas ao Sistema Interno, enquanto que o índice 2 corresponderá a quantidades do Sistema Externo. A equação da estimação de estados (2.1), levando em conta um conjunto não-redundante de medidas para o Sistema Externo, pode se escrita como :



$$\begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{h}_1(\underline{x}_1) \\ \underline{h}_2(\underline{x}_1, \underline{x}_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\eta}_1 \\ \underline{\eta}_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Na equação (2.18),  $\underline{h}_2$  leva em conta as variáveis  $\underline{x}_1$  das barras de fronteira; entretanto  $\underline{h}_1$  não leva em consideração as variáveis do Sistema Externo  $\underline{x}_2$ . As medidas de injeção nas barras de fronteira são tratadas como fazendo parte de  $\underline{z}_2$ . A matriz Jacobiana é portanto :

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

onde :

$$H_{11} = \frac{\partial \underline{h}_1}{\partial \underline{x}_1}, \quad H_{21} = \frac{\partial \underline{h}_2}{\partial \underline{x}_1}, \quad H_{22} = \frac{\partial \underline{h}_2}{\partial \underline{x}_2}$$

A condição de otimalidade (2.7) é então :

$$H_{11}^T R_1^{-1} [\underline{z}_1 - \underline{h}_1(\hat{\underline{x}}_1)] + H_{21}^T R_2^{-1} [\underline{z}_2 - \underline{h}_2(\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2)] = 0 \quad (2.20)$$

$$e \quad H_{22}^T R_2^{-1} [\underline{z}_2 - \underline{h}_2(\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2)] = 0 \quad (2.21)$$

onde  $\hat{\underline{x}}_1$  e  $\hat{\underline{x}}_2$  são as soluções do problema de estimação de estados.

Se  $\underline{z}_2$  é o conjunto mínimo de medidas escolhido para tornar o Sistema Externo observável, a observabilidade implica em que as colunas de  $H_{22}$  sejam linearmente independentes e a condição para que o conjunto de medidas tenha o

número mínimo de elementos implica em que a dimensão de  $\underline{h}_2$  seja igual a  $\underline{x}_2$ . Portanto  $H_{22}$  é não-singular. Já que  $R_2^{-1}$  é não-singular, a equação (2.21) é equivalente a :

$$\underline{z}_2 - \underline{h}_2(\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2) = 0 \quad (2.22)$$

e a equação (2.20) é por conseguinte :

$$H_{11}^T R_1^{-1} [\underline{z}_1 - \underline{h}_1(\hat{\underline{x}}_1)] = 0 \quad (2.23)$$

Das condições de otimalidade (2.22) e (2.23), podem ser feitas as seguintes observações [18] :

- A equação (2.23) representa a mesma condição de otimalidade para a estimação de estados que leva em conta o Sistema Interno e as barras de fronteira. Em outras palavras, o estado estimado  $\underline{x}_1$  para o Sistema Interno depende simplesmente do conjunto de medidas  $\underline{z}_1$  e é independente do conjunto de medidas  $\underline{z}_2$  do Sistema Externo.

- A equação (2.22) implica em que, quando é empregado um conjunto de medidas críticas (não-redundante), os valores calculados para  $\underline{h}_2(\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2)$  a partir do conjunto de medidas  $\underline{z}_2$  têm o mesmo valor que as medidas em  $\underline{z}_2$ .

### 2.3 - ESTIMAÇÃO DE ESTADOS NA ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS.-

O uso da estimação de estados como ferramenta para resolver a rede do Sistema Externo para a Análise de Contingências tem como objetivo a minimização dos erros de injeção de potências nas barras de fronteira [1],[2],[32].

Como já foi mencionado na seção 1.2.2 existem duas aproximações para a solução do sistema de potência interligado através da estimação de estados : A primeira usa a estimação de estados em duas etapas e a segunda resolve o problema mediante uma só estimação.

### 2.3.1 - ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM DOIS ESTÁGIOS

A primeira abordagem foi proposta por Bose e Geisler em [2]. O procedimento se resume nos seguintes pontos :

- i) Resolve-se o Sistema Interno através da estimação de estados.
- ii) Aumenta-se o Sistema Externo com as barras de fronteira e as barras da primeira vizinhança do Sistema Interno. Isto tem por objetivo aumentar a quantidade de informações sobre o Sistema Externo.
- iii) Fornecem-se os seguintes dados (redundantes) para realizar a segunda estimação de estados do sistema descrito no item anterior:
  - Tensões, ângulos e injeções nas barras da nova fronteira do Sistema Externo.
  - Injeções (nulas) nas barras de transferência.
  - Telemedidas do Sistema Externo.
  - Pseudomedidas do Sistema Externo.
- iv) Balanço de potência.

Para realizar o balanço de potência nas barras de fronteira, consideram-se valores elevados para os fatores de ponderação na matriz  $R^{-1}$  correspondentes às medidas de quantidades na fronteira (fornecidas pela estimação de estados do Sistema Interno) e para injeções nulas (barras de transferência). Fatores de pesos não muito elevados são atribuídos às

telemedidas do Sistema Externo, e finalmente as pseudomedidas e outras informações ( valores de magnitudes do Sistema Externo que vêm da troca de informações entre COS ) são ponderadas com baixos fatores de peso.

Foi proposta a manipulação dos fatores de peso da matriz  $R^{-1}$  para reforçar limites de operação no Sistema Externo tais como tensão nas barras de carga e geração de potência reativa. Isto significa, por exemplo que, quando o valor de reativo numa barra PV do Sistema Externo está fora dos limites físicos da máquina, seu fator de peso correspondente é modificado para forçar esta quantidade a voltar a respeitar os limites operativos [2].

Os comentários a seguir ressaltam alguns aspectos importantes desta abordagem [32,1] :

- A formulação da estimação de estados neste método minimiza os erros nas injeções de potência na fronteira, já que emprega telemedidas, geralmente disponíveis, dessa região do sistema.
- A calibração dos fatores de peso para evitar violações de limites aumenta o número de iterações da estimação de estados para o Sistema Externo. A situação pode ficar pior ainda se existirem outros tipos de barra (por exemplo, barras de carga com tensão controlada), diferentes das típicas [1].
- O emprego de um conjunto redundante de medidas e fatores de peso elevados para as telemedidas na fronteira faz como que os possíveis erros a serem apresentados na fronteira sejam afastados a outras áreas do Sistema Externo.

### 2.3.2 - ESTIMAÇÃO DE ESTADOS COMPLETA

A vantagem de usar a estimação de estados para resolver a rede do Sistema Externo é que ela pode ser estendendida para obter as soluções do

Sistema Interno e do Sistema Externo simultaneamente [19]. De fato, é possível resolver a rede do sistema de potência interligado com uma só estimação de estados através da extensão da propriedade de observabilidade do Sistema Interno ao Sistema Externo. Entretanto, a resolução do sistema de potência interligado usando esta aproximação e um conjunto redundante de medidas para o Sistema Externo pode contaminar a estimação dos estados da rede interna.

É evidentemente desejável que o resultado da estimação do sistema global (interno + externo) não afete a estimação dos estados do Sistema Interno. Em outras palavras, os estados estimados do Sistema Interno, resultado da estimação da rede como um todo, devem coincidir com os estados da estimação que usa simplesmente o conjunto de telemidas do Sistema Interno. A idéia então é formar um conjunto não-redundante de pseudomedidas para tornar o Sistema Externo observável.

As medidas que cumprem com essa propriedade são as medidas críticas. Um plano mínimo de medição, é formado por um conjunto de medidas que são todas críticas. É importante, por conseguinte, se determinar um conjunto de medidas que sejam críticas e forneçam informações confiáveis sobre o Sistema Externo. Esta idéia foi apresentada em [12] e logo foi usada por Monticelli e Wu em [18]. Para implementar as limitações de reativo nas barras de geração e limitação de tensão nas barras de carga do Sistema Externo, Monticelli e Wu propuseram a técnica das medidas "dormentes". Optaram também pelo uso de um plano mínimo de medição para o Sistema Externo, baseado em injeções de potência (plano de medição tipo fluxo de potência).

Recentemente outros tipos de ações de controle foram propostas por Nucera e Guilles [27] para enfatizar o cumprimento dos limites operacionais quando a resolução da rede externa é baseada na estimação de estados com restrições de igualdade pelo método da matriz aumentada.

Sobre este método, cabe ressaltar as seguintes considerações

importantes :

- O método da seção 2.3.1 minimiza os erros nas injeções da fronteira. Esta nova aproximação emprega um conjunto de medidas que são críticas para evitar contaminar os estados estimados do Sistema Interno.
- Não existe a necessidade de realizar duas estimações de estados, uma para o Sistema Interno e outra para o Sistema Externo.
- Uma necessidade fundamental é a de encontrar um conjunto de pseudomedidas e informações do Sistema Externo que possuam alta confiabilidade. Portanto, é preciso fazer uma seleção das informações disponíveis do Sistema Externo no COS para, assim, fornecer ao estimador de estados um conjunto de pseudomedidas e informações ( que será designado como "conjunto mínimo de informações" ) de maior confiabilidade.

## 2.4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS .-

Pelas considerações sobre o Sistema brasileiro expostas no Capítulo 1 e pela análise feita na Seção 2.3 dos métodos que usam a estimação de estados na resolução do sistema de potência interconectado para realizar a Análise de Contingências, a resolução da rede do sistema global através de apenas uma estimação de estados se apresenta como a opção mais atraente.

## CAPÍTULO 3

### INTRODUÇÃO A TEORIA DE MATRÓIDES

#### 3.1 - INTRODUCAO .-

O método pelo qual o sistema global é modelado através de uma só estimação de estados tem um aspecto muito importante a considerar, e até agora não resolvido, que é a seleção do conjunto de pseudomedidas do Sistema Externo as quais devem ser fornecidas ao estimador de estados. Este trabalho propõe um método combinatório baseado na intersecção de matróides ponderados que, seleciona o melhor plano mínimo de medição para representar o Sistema Externo.

Neste Capítulo é apresentada uma breve introdução à Teoria de Matróides e seus fundamentos básicos, bem como a teoria de intersecção de matróides, para uma maior compreensão desta ferramenta matemática, de suas propriedades e dos algoritmos a serem expostos.

Por se tratar de um método combinatório, as aplicações da Teoria de Matróides a Sistemas Elétricos de Potência apresentam respostas satisfatórias no que se refere a precisão e tempo computacional se comparadas com os métodos numéricos. Entre as diversas aplicações desenvolvidas para Sistemas Elétricos de Potência se encontram : determinação da observabilidade [38,39], determinação de medidas críticas por método não enumerativo [41,42], determinação de conjuntos 1-crítico e alocação de pseudo-medidas [42].

A organização do Capítulo é a seguinte: a Seção 3.2 apresenta conceitos e definições básicas, a Seção 3.3 define e apresenta alguns tipos importantes de matróides. Na Seção 3.4 estão descritas as propriedades básicas, e finalmente na Seção 3.5 define-se a intersecção de matróides.

## 3.2 - TERMINOLOGIA, NOTAÇÃO E DEFINIÇÕES BÁSICAS .-

### 3.2.1 - NOTAÇÃO E DEFINIÇÕES BÁSICAS

A representação simbólica dos conjuntos é feita por letras maiúsculas, enquanto que a dos elementos pertencentes aos conjuntos é feita por letras minúsculas. A seguir se apresentam algumas definições básicas [42]:

- A notação  $A = X \setminus Y$  significa que o conjunto  $A$  é obtido suprimindo-se de  $X$  todos os elementos de  $Y$  que também pertencem a  $X$ . Por exemplo :

$$\text{Se } X = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

$$Y = \{e_1, e_3, e_4, e_6, e_7, e_8\}$$

$$A = X \setminus Y = \{e_2, e_5\}$$

- A diferença simétrica é a união de dois conjuntos com exceção dos elementos que pertencem a eles simultaneamente.

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \quad \text{ou}$$

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

- A cardinalidade é o número de elementos de um determinado conjunto



e é representada por  $|A|$ .

### 3.2.2 - GRAFOS [42, 44]

Um grafo  $G(V,E)$  é formado por um conjunto de elementos  $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  chamados vértices e outro conjunto  $E=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ , cujos elementos são chamados de arestas, sendo que uma aresta  $e_k$  é identificada por um par de vértices  $\{v_i, v_j\}$ .

Grafo Bipartido  $G_b(A,B) = (A,B,E)$  é um grafo tal que o seu conjunto de vértices pode ser particionado em dois subconjuntos A e B, de tal modo que cada aresta de E possui um de seus vértices terminais incidentes em A e o outro em B.

Ciclo é um conjunto de arestas que formam um caminho fechado em um grafo.

Árvore de G é um grafo acíclico conexo.

Floresta de G é um subgrafo que não contém circuitos.

Emparelhamento é um subconjunto M das arestas de um grafo cujos elementos não são adjacentes. Os vértices do grafo cujas arestas pertencem a M são chamados vértices saturados, os restantes são chamados não-saturados.

Exemplo :

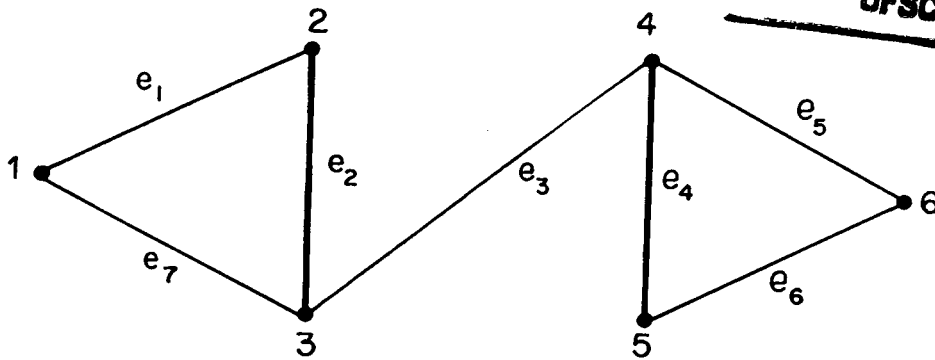


Figura 3-1 Exemplo de Emparelhamento

O exemplo da Figura 3-1 ilustra um emparelhamento  $M = \{e_2, e_4\}$  do grafo  $G$ . Os vértices saturados de  $G$  são  $V_s = \{2, 3, 4, 5\}$  e  $V_{ns} = \{1, 6\}$  são os vértices não-saturados.

Considerando um grafo  $G$  qualquer e um emparelhamento  $M$  definido sobre  $G$ , define-se uma seqüência de troca sobre este grafo como um caminho cujas arestas pertencem alternadamente a  $E \setminus M$  e  $M$ . Para o Exemplo da Figura 3.3.1-1 o seguinte conjunto é uma seqüência de troca :

$$S_t = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

Seqüência de aumento é uma seqüência de troca, cujos vértices inicial e final são não-saturados [46]. Para o exemplo da Figura 3.3.1-1 :

$$S_a = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6\}$$

Seja  $\alpha = \{A_j\}$  uma coleção de subconjuntos de um conjunto finito  $E$ . Um subconjunto  $I = \{e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ik}\}$  é um transversal parcial de  $\alpha$  de comprimento  $k$ , se existem elementos  $A_1, A_2, \dots, A_k$  de  $\alpha$  tal que :  $e_{i1} \in A_1$ ,  $e_{i2} \in A_2$ ,  $e_{ik} \in A_k$  [52].

Exemplo: Considere que :

$$E = \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 \}$$

e

$$\alpha = \{ A_1, A_2, A_3 \}$$

onde:

$$A_1 = \{ e_1, e_2 \}, \quad A_2 = \{ e_3, e_4 \}, \quad A_3 = \{ e_5 \}$$

Então:

$$I = \{ e_1, e_3, e_5 \}$$

é um transversal parcial de  $\alpha$  de comprimento 3.

### 3.3 - MATRÓIDES : DEFINIÇÃO E TIPOS .-

#### 3.3.1 - DEFINIÇÃO

A fim de introduzir a noção de matróide, será considerado o problema da determinação de conjuntos de colunas linearmente independentes de uma dada matriz A. Certamente este problema está relacionado com o posto da matriz A e as submatrizes de A, sendo que constitui a informação qualitativa típica fornecida pelos matróides [41].

Pode-se verificar que a coleção dos subconjuntos de colunas de A linearmente independentes satisfazem as seguintes propriedades:

- 1) Qualquer subconjunto de um conjunto independente é também independente.
- 2) Sejam X e Y dois subconjuntos independentes, de tal modo que  $|Y|$  excede em uma unidade a  $|X|$ . Então, existe pelo menos um elemento

$y$  pertencente a  $X \setminus Y$  tal que  $X \cup \{y\}$  é também independente.

Considere agora um grafo  $G$ , onde são definidos como independentes os conjuntos de arestas de  $G$  que não formam caminhos fechados. É fácil verificar que as propriedades 1 e 2 são também aplicáveis aos conjuntos independentes assim definidos.

Portanto, verifica-se que, tanto as colunas da matriz  $A$  quanto as arestas de um grafo, convenientemente combinados segundo alguma regra de independência, satisfazem as propriedades citadas. Ou seja, conceitos de álgebra linear podem ser transportados para a teoria de grafos e vice-versa. Esta interrelação pode ser melhor explorada através de uma estrutura axiomática que satisfaz as propriedades 1 e 2 e que é chamada de matróide [23, 41].

Um matróide  $M = (S, \mathcal{I})$  é uma estrutura formada por um conjunto finito  $S$  e uma coleção  $\mathcal{I}$  de subconjuntos independentes de  $S$ , que satisfazem as seguintes propriedades [46, 52, 41] :

- a) Se  $X$  pertence a  $\mathcal{I}$  e  $Y$  é um subconjunto de  $X$ , então  $Y$  também pertence a  $\mathcal{I}$ .
- b) Se  $X$  e  $Y$  são membros de  $\mathcal{I}$  e  $|X| > |Y|$ , então existe algum  $x \in (X \setminus Y)$  tal que  $Y \cup \{x\} \in \mathcal{I}$ .

Como tecnicamente é indesejável admitir um matróide sem qualquer conjunto independente, a definição acima é complementada pela seguinte propriedade :

- c) O conjunto vazio é um conjunto independente.

Os membros de  $\mathcal{I}$  são chamados conjuntos independentes, e conjuntos de  $S$  que não pertencem a  $\mathcal{I}$  são chamados conjuntos dependentes.

Portanto, um matróide é formado por um conjunto de elementos de  $S$ , e

de uma família de subconjuntos de  $S$ , os quais obedecem aos quesitos mencionados.

Exemplo: Seja  $G$  um grafo qualquer, onde  $E$  é um conjunto de arestas de  $G$ , e  $E_s = \{e_1, \dots, e_s\}$  é um subconjunto de  $E$ .

Se  $E_s$  não contém caminhos fechados em  $G$ , isto é, é uma floresta de  $G$ , então  $E_s$  é definido como um conjunto independente. O conjunto de todos os grafos acíclicos de  $G$  formam uma coleção de conjuntos independentes. Considere o grafo de medição  $M = (E, \mathfrak{I})$  da Figura 3-2 :

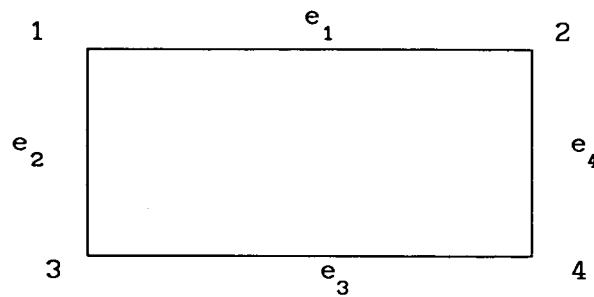


Figura 3-2

Então :

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

e

$$\mathfrak{I} = \{\emptyset, e_1, e_2, e_3, e_4, (e_1, e_2), (e_1, e_3), (e_1, e_4), (e_2, e_3), (e_2, e_4), (e_3, e_4), (e_1, e_2, e_3), (e_1, e_2, e_4), (e_2, e_3, e_4)\}$$

### 3.3.2 - TIPOS DE MATRÓIDES

Para um melhor conhecimento destas estruturas, se apresentam os seguintes tipos de matróides :

Matróide Vetorial - É definido como  $M = (S, \mathcal{I})$ , onde  $S$  é um subconjunto qualquer de um espaço vetorial  $V$  e os subconjuntos de  $S$  linearmente independentes em  $V$  são definidos como a coleção de conjuntos independentes  $\mathcal{I}$ .

Matróide de um grafo  $G$  - É o matróide ilustrado no exemplo da seção anterior. É definido sobre um conjunto de arestas  $E$ , sendo a coleção de conjuntos independentes o conjunto de grafos acíclicos de  $G$ .

Matróide de Partição  $M = (E, \mathcal{I})$ , onde  $E$  é um conjunto finito de elementos. Neste caso a coleção de conjuntos independentes  $\mathcal{I}$  é formada pela partição dos elementos de  $E$  de acordo com características relevantes dos mesmos. Para ilustrar este conceito define-se uma função de cores sobre o conjunto de arestas  $E$  de um grafo  $G$  qualquer, onde cada elemento de  $E$  é pintado com uma cor diferente, admitindo-se a possibilidade de várias arestas serem pintadas com a mesma cor. Um conjunto independente no matróide  $M_2$  é definido como aquele composto por arestas pintadas, todas de cores diferentes [54].

Para facilitar ainda mais, é possível expressar a partição de  $M_2$  em termos de um grafo bipartido  $G_b$ . Se  $\mathcal{E} = \{A_j\}$  é a coleção de subconjuntos do conjunto finito  $E$  onde cada subconjunto contém arestas pintadas de uma só cor. O grafo  $G_b$  pode-se obter com a bipartição  $(E, \mathcal{E})$  ligando  $e_i$  com  $A_j$  se e somente se  $e_i$  tem a cor dos elementos de  $A_j$ .

Exemplo de Matróide de Partição em termos de grafo bipartido de medição  $ZM_b(A, B)$  :

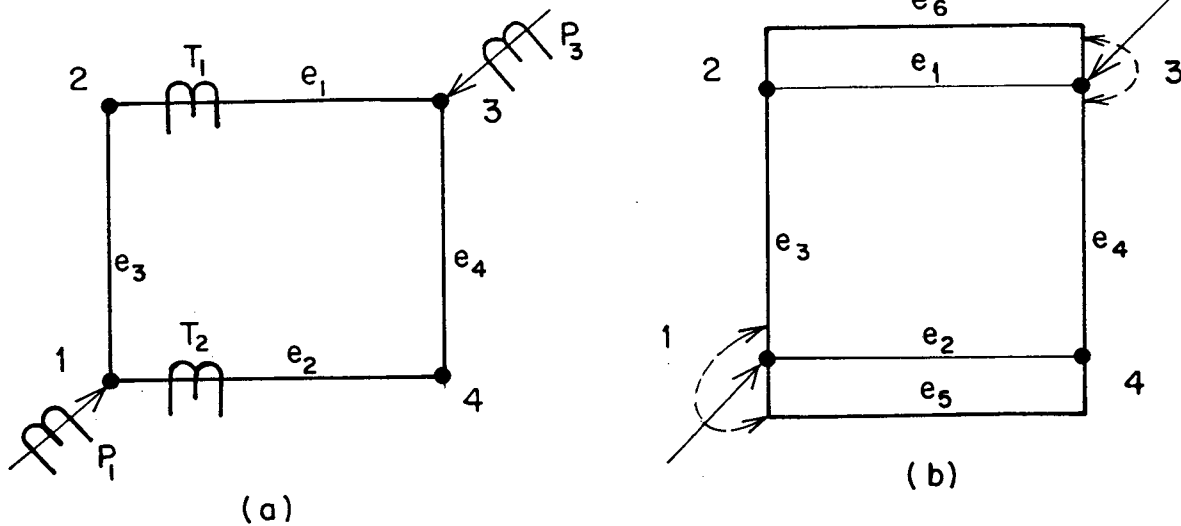


Figura 3-3 (a) Plano de Medição M  
(b) Grafo de Medição ZM

Na Figura 3-3 (b) seja :

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

Além disso defina :

$$\mathcal{E} = \{T1, T2, P1, P3\}$$

onde elementos de cada subconjunto de  $\mathcal{E}$  estão todos pintados com a mesma cor :

$$T1 = \{e_1\}, T2 = \{e_2\}, P1 = \{e_3, e_5\}, P3 = \{e_4, e_6\}$$

A partir destes dados, define-se  $ZMb(A,B)$  onde :

$A = \{T1, T2, P1, P3\}$ , conjunto das medidas que formam o plano de medição, e

$B = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ , conjunto das arestas do grafo de medição ZM associadas as medidas de A.

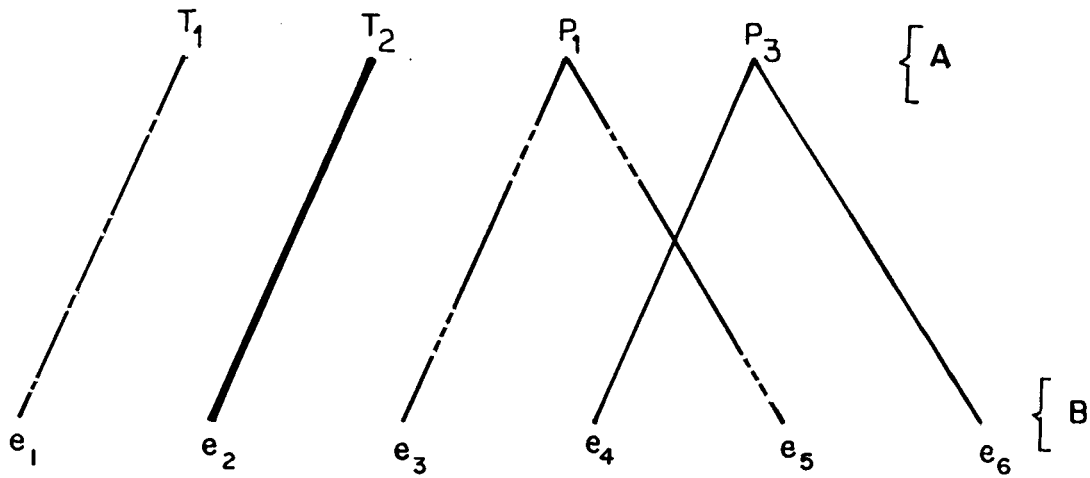


Figura 3-4 Grafo Bipartido de Medição  $ZMb(A, B)$

Na Figura 3-4 cada tipo diferente de tracejado representa a ligação de elementos da mesma cor com seus respectivos conjuntos, ou seja a ligação de cada aresta com sua medida correspondente. Para o exemplo, um conjunto independente é aquele formado por diferentes tipos de tracejado; a coleção de conjuntos independentes maximais é dada por :

$$\mathfrak{I} = \{ (e_1, e_2, e_3, e_4), (e_1, e_2, e_3, e_6), (e_1, e_2, e_5, e_4), (e_1, e_2, e_5, e_6) \}$$

Deve-se notar que cada aresta  $e_i$  de B está associada a uma única medida de A.

### 3.4 - DEFINIÇÕES ADICIONAIS E PROPRIEDADES BÁSICAS DOS MATRÓIDES .-

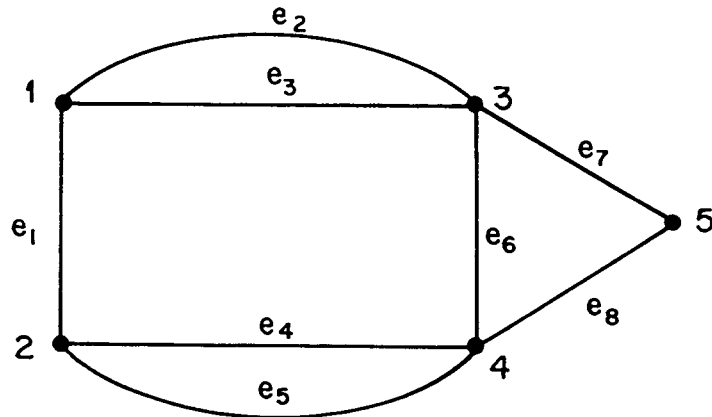
Uma base de um matróide  $M(S, \mathfrak{I})$  é um conjunto independente maximal de S, ou seja um conjunto independente que não está contido em nenhum outro. Todas as bases de um matróide em S têm a mesma cardinalidade, isto é, têm o



mesmo número de elementos [53]. Este fato é comparável com o número de colunas linearmente independentes de uma matriz  $A$  que formam uma base. As colunas restantes sempre são uma combinação linear das colunas independentes. Similarmente, se consideramos um grafo conexo  $G$ , uma base para o matróide correspondente é um conjunto de arestas que formam uma árvore geradora em  $G$ .

Seja o matróide  $M(S, \mathfrak{I})$ , o posto  $\rho(A)$  de um subconjunto  $A \subseteq S$  é a cardinalidade do subconjunto independente maximal de  $A$ . Um subconjunto de  $S$  que não pertença a  $\mathfrak{I}$  é chamado de conjunto dependente. Um circuito é um conjunto dependente minimal de  $S$ , isto é, um conjunto dependente que não contém nenhum outro [46].

Seja  $M(E, \mathfrak{I})$  um matróide do grafo de medição **ZM** da Figura 3-5 apresentado a seguir :

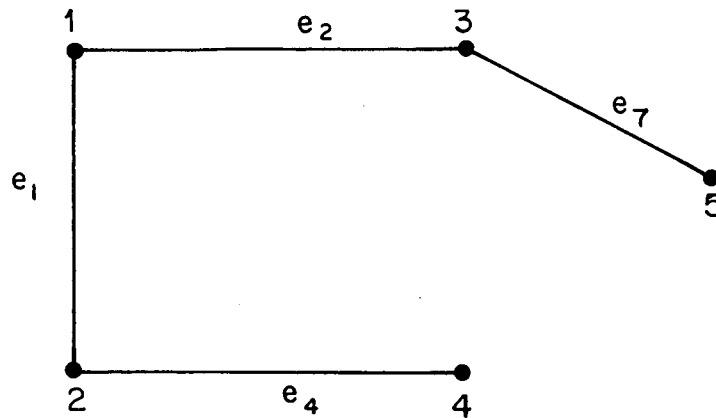


$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$$

Figura 3-5 Grafo de Medição **ZM**.

Sendo **ZM** um grafo conexo, as bases de  $M$ , que são conjuntos independentes maximais, são árvores geradoras de **ZM**. Seja uma das árvores

geradoras a representada na Figura 3-6.



$$I_1 = \{e_1, e_2, e_4, e_7\}$$

Figura 3-6 Árvore Geradora de ZM

A árvore geradora acima é um conjunto independente formado por 4 elementos. Outro exemplo de conjunto independente (não maximal) é :

$$E_i = \{e_2, e_7, e_8\}.$$

Um conjunto dependente é aquele que contém caminhos fechados, como por exemplo:  $E_d = \{e_6, e_7, e_8\}$ .

**Propriedade 1** [52] : Se  $B$  é uma base de  $M(S, \mathcal{I})$   $I$  um conjunto independente e  $x$  um elemento que não pertence a  $I$ , ou seja :  $x \in S \setminus I$ , então existe um único circuito  $C$  representado por  $C(I, x)$ , tal que :

$$x \in C, \quad C \subseteq I \cup x$$

Este circuito é chamado de circuito fundamental de  $x$  sobre a base  $I$ .

Tomando como exemplo o matróide do grafo de medição ZM da figura 3-5 :

$$B = \{e_1, e_2, e_4, e_7\}$$

$$S \setminus B = \{e_3, e_5, e_6, e_8\}$$

Seja  $x = e_6$ . Então :

$$C(B, e_6) = \{e_1, e_2, e_4, e_6\}$$

Onde  $C(B, e_6)$  é um circuito fundamental.

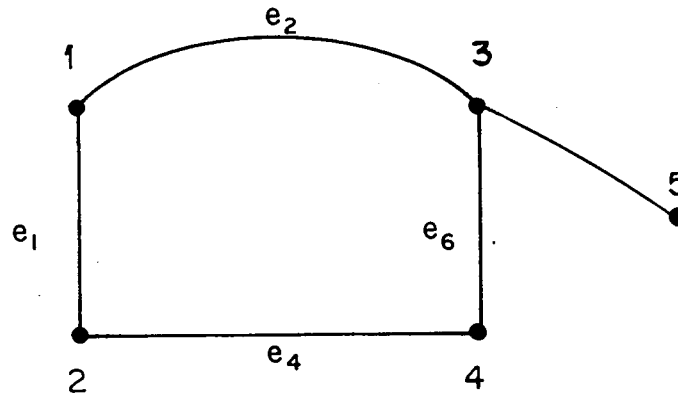


Figura 3-7 Circuito Fundamental  $C(B, e_6)$

**Propriedade 2** [52,42] : Se  $M$  é um matróide sobre  $S$  e  $B$  é uma base de  $M$ , e então para qualquer elemento que não pertença à base  $x \in S \setminus B$ , verifica-se que o conjunto :  $(B \setminus y) \cup x$  ( sendo  $y$  qualquer elemento da base) é uma nova base se e somente se  $x$  pertence ao circuito  $C(B, x)$  formado pela base  $B$  e o elemento  $x$ .

O exemplo anterior será usado para ilustrar a Propriedade 2.

Escolhendo  $x = e_8$  e  $y = e_4$  e obtém-se :

$(B \setminus e_4) \cup e_8 = \{e_1, e_2, e_7, e_8\}$  que é uma árvore geradora e portanto uma base de  $M$  (ver Figura 3-8).

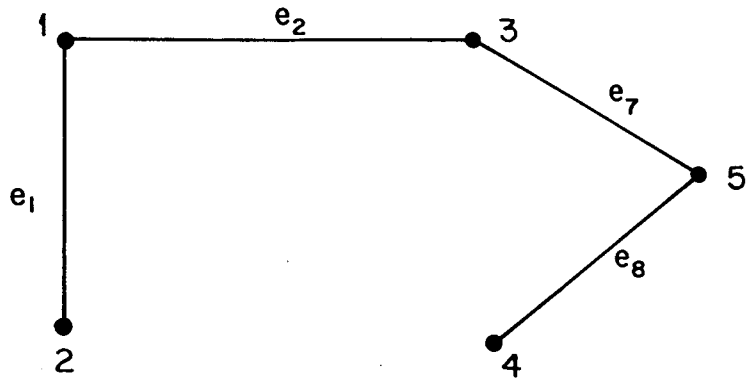


Figura 3-8  $(B \setminus e_4) \cup e_8$

**Propriedade 3** [52, 53] : Se os circuitos  $C_1$  e  $C_2$  são dois conjuntos distintos pertencentes à coleção de circuitos  $\mathcal{C}(M)$ , então, para cada elemento  $x \in (C_1 \cap C_2)$ , existe um circuito  $C_3 \in \mathcal{C}(M)$  tal que  $C_3 = (C_1 \cup C_2) \setminus x$ .

Exemplo : Seja o matróide do grafo de medição  $ZM$ ,  $M = (E, 3)$  ( ver Figura 3-9).

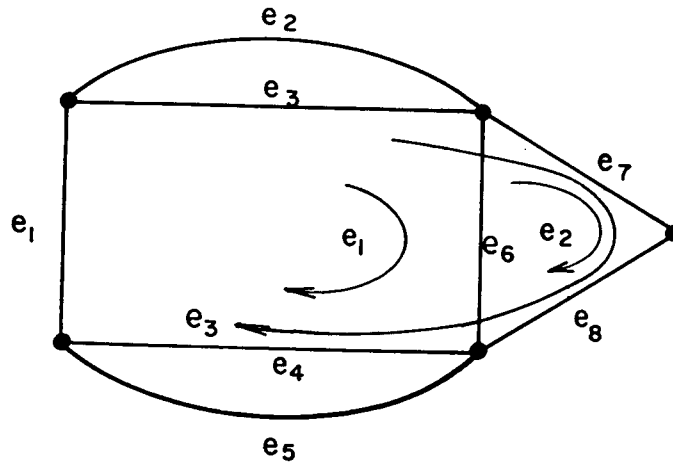


Figura 3-9 Grafo de Medição  $ZM$

Então :

$$C_1 = \{e_1, e_3, e_4, e_6\}$$

$$C_2 = \{e_6, e_7, e_8\}$$

$$x = C1 \cap C2 = \{e_6\}$$

$$C3 = (C1 \cup C2) \setminus e_6 = \{e_1, e_3, e_4, e_7, e_8\}$$

### 3.5 - INTERSECÇÃO DE MATRÓIDES.-

Sejam dois matróides  $M1 = (S, \mathcal{I}_1)$ ,  $M2 = (S, \mathcal{I}_2)$  definidos sobre o mesmo conjunto de elementos  $S$ , cujas famílias de conjuntos independentes são  $\mathcal{I}_1$  e  $\mathcal{I}_2$  respectivamente. A estrutura  $(S, \mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2)$  é chamada de intersecção dos matróides  $M1$  e  $M2$ ; onde  $I \in \mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2$  é independente tanto em  $M1$  quanto em  $M2$  [46, 54].

O problema de intersecção de matróides visa encontrar um conjunto independente de máxima cardinalidade comum aos dois matróides  $M1$  e  $M2$ . Para melhor ilustrar o conceito apresenta-se o seguinte exemplo : Seja um grafo  $G$  com  $N$  nós, tal que cada uma de suas arestas possua uma cor diferente. A intersecção de matróides visa encontrar um conjunto independente de máxima cardinalidade possível formado por arestas que não formem caminhos fechados, sendo cada uma delas de uma cor diferente.

O primeiro matróide é o matróide do grafo  $M1(E, \mathcal{I}_1)$  definido sobre o grafo  $G$ , onde  $E$  é o conjunto de arestas do grafo e  $\mathcal{I}_1$  é a coleção de conjuntos independentes. Neste caso um conjunto independente é uma árvore geradora de  $G$ . O segundo matróide  $M2(E, \mathcal{I}_2)$  define uma função de cores sobre o mesmo conjunto de arestas  $E$ . O matróide  $M2$  é um matróide de partição (ver o exemplo de matróide de partição na Seção 3.3.2).

Em termos gerais o algoritmo para determinar a intersecção de máxima cardinalidade entre dois matróides é baseado na noção de seqüências de aumento [46]. Um conjunto de arestas  $E_i = \{e_1, \dots, e_i\}$ , onde  $i$  é um número inteiro positivo e ímpar, é uma seqüência de aumento se for possível adicionar a  $I$  os elementos ímpares e subtrair de  $I$  os elementos pares de  $E_i$ , de tal modo a

ainda manter a independência em  $M_1$  e  $M_2$  e a incrementar em uma unidade o número de elementos de  $I$ .

Se a partir de  $I = \emptyset$ , sucessivamente for se buscando seqüências de aumento, é possível encontrar um conjunto  $I$ , como resultado da intersecção dos matróides  $M_1$  e  $M_2$ , com o máximo número possível de elementos. Para isto se constroi uma seqüência de aumento a partir de  $I$  inicial, adicionando-se um elemento  $e_1$  de tal modo que  $I+e_1$  seja independente em  $M_1$ . Se  $I+e_1$  é também independente em  $M_2$ , a seqüência está terminada. Mas, se não for independente em  $M_2$  (isto é que forma um circuito), escolhe-se um elemento  $e_2$  do circuito tal que  $I+e_1-e_2$  seja independente em  $M_2$ . O próximo passo, consiste em encontrar um elemento  $e_3$  tal que  $I+e_1-e_2+e_3$  seja independente em  $M_1$ . Se esta seqüência for dependente em  $M_2$ , escolhe-se  $e_4$  pertencente a este circuito, e assim por diante [52, 54].

O procedimento descrito acima, a título de exemplo, é a essência de um algoritmo proposto em [46] o qual é formalizado de um modo sistemático em [48]. Para um melhor entendimento do que é a intersecção de matróides, a seguir é descrito o método com maiores detalhes.

Considerando os dois matróides  $M_1$  e  $M_2$  acima definidos, define-se o grafo bipartido auxiliar  $G_{ba}(V_1, V_2)$  como :

- $V_1$  igual ao conjunto de vértices correspondentes as arestas do conjunto independente  $I$  ,

- $V_2$  igual ao conjunto dos vértices correspondentes as arestas de  $E \setminus I$  .

Definem-se os conjuntos  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_0$  como :

$$X_1 = \{ x_1 : x_1 \notin I, \quad I+x_1 \in \mathcal{I}_1 \}$$

$$X_2 = \{ x_2 : x_2 \notin I, \quad I+x_2 \in \mathcal{I}_2 \}$$

$$X_0 = \{ x_0 : x_0 \in V_2 \setminus (X_1 \cup X_2) \}$$

As arestas de  $G_{ba}$  são formadas da seguinte maneira :

- Se  $x \notin I$ ,  $I+x \notin \mathcal{J}_1$ ,  $y \in C_1(I, x)$ , criar a aresta  $y \Rightarrow x$
- Se  $x \notin I$ ,  $I+x \notin \mathcal{J}_2$ ,  $y \in C_2(I, x)$ , criar a aresta  $x \Rightarrow y$

Existem duas maneiras possíveis de se adicionar elementos (arestas)  $e_i$  ao conjunto independente  $I$  :

- a) Se  $e_i$  pertence simultaneamente a  $X_1$  e  $X_2$ .
- b) Procurando-se caminhos em  $G_{ba}$  que liguem os conjuntos  $X_2$  e  $X_1$ .

No primeiro caso  $e_i$  é adicionada diretamente a  $I$ , isto é :  $I' = I + \{e_i\}$ . No segundo caso o novo conjunto  $I'$  é igual à diferença simétrica de  $I$  com o conjunto  $U_{\min}$  que contém o caminho mínimo que liga  $X_2$  com  $X_1$  :

$$I' = I \Delta U_{\min}$$

Esta última operação equivale a adicionar a  $I$  elementos ímpares e retirar os elementos pares de  $U_{\min}$ , na verdade é uma seqüência de aumento. O processo termina quando  $I$  tem a máxima cardinalidade ou não existe caminho que ligue  $X_2$  com  $X_1$ .

A intersecção de matróides descrita nesta seção é uma poderosa ferramenta combinatória de sólida base matemática cujas aplicações, por exemplo, a Sistemas Elétricos de Potência resultam em eficiência computacional evitando operações com ponto flutuante.

## CAPÍTULO 4

### MATRÓIDES PONDERADOS

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

Simões Costa, Quintana em 1981 usaram um algoritmo que emprega a intersecção de matróides para a determinação da observabilidade topológica de sistemas de potência [38]. Em 1989 Thelma Piazza e Simões Costa aplicaram métodos topológicos derivados da teoria de matróides para determinar medidas e conjuntos críticos através de um método não enumerativo, e para alocar pseudomedidas nos casos de não-observabilidade do sistema de potência [41].

A generalização do algoritmo de intersecção de matróides proposta em [41, 38], permite realizar a seleção de pseudomedidas críticas através da atribuição de pesos às pseudomedidas e informações do Sistema Externo. O algoritmo proposto está baseado na intersecção de matróides ponderados, cuja particularização sob determinadas condições (pesos iguais e tratamento separado das medidas de injeção e fluxo), resulta no algoritmo desenvolvido por Simões Costa, Quintana [38].

Para uma melhor compreensão da teoria de matróides ponderados empregada no algoritmo proposto, o presente capítulo apresenta uma breve revisão desta teoria. A Seção 4.2 apresenta a simbologia, alguns conceitos básicos e a definição de matróide ponderado. A Seção 4.3 apresenta lemas



básicos dos matróides ponderados. Na Seção 4.4 são apresentados a intersecção de matróides ponderados e o algoritmo. Finalmente na Seção 4.5 está um exemplo de aplicação.

## 4.2 - SIMBOLOGIA E DEFINIÇÕES BÁSICAS [47, 48]

A seguir se apresentam algumas definições e a simbologia a se usar no presente Capítulo :

- O símbolo  $I^k$  representa um conjunto independente com cardinalidade  $k$ , isto é, um conjunto independente formado por  $k$  elementos. Seja  $K$  o número máximo de elementos do conjunto independente. Então :

$$0 \leq k \leq K$$

- O símbolo  $\mathcal{I}^k$  representa uma coleção de conjuntos, todos eles independentes e com cardinalidade  $k$ .

- O símbolo  $I_{12}^k$  representa um conjunto independente com cardinalidade  $k$ , que resulta da intersecção de duas coleções de conjuntos independentes  $\mathcal{I}_1^k$  e  $\mathcal{I}_2^k$ . Isto é :

$$I_{12}^k = \mathcal{I}_1^k \cap \mathcal{I}_2^k$$

logo, generalizando,  $\mathcal{I}_{12}^k$  representa uma coleção de conjuntos independentes de cardinalidade  $k$  que resulta da intersecção de duas coleções de conjuntos independentes  $\mathcal{I}_1^k$  e  $\mathcal{I}_2^k$ . Isto é :

$$\mathcal{I}_{12}^k = \mathcal{I}_1^k \cap \mathcal{I}_2^k$$

- Um grafo ponderado  $G_p(V, E)$  é formado por um conjunto de

elementos  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  chamados vértices e outro conjunto  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ , cujos elementos são chamados de arestas, sendo que a aresta  $e_k$  é identificada por um par de vértices  $\{v_i, v_j\}$  e por um peso  $s(e_k)$  associado a ela.

- Uma árvore geradora ponderada é uma árvore geradora na qual cada elemento tem um peso a ele associado.

- Uma árvore geradora ponderada máxima (ou máxima árvore geradora) é uma árvore geradora na qual a soma dos pesos dos elementos é máxima.

- O peso de um conjunto  $X$ ,  $s(X)$ , é igual a soma dos pesos dos elementos que o compõem [47].

Seja :

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

então :

$$s(X) = \sum_{i=1}^n s(x_i)$$

- Seja  $S$  o conjunto de todas as arestas de um grafo ponderado  $G_p$ , e  $X$  um subconjunto de  $S$ . O peso do subconjunto  $X$  é dado por :

$$s(X) = \sum [s(x) : x \in X]$$

Seja  $\mathfrak{J}$  uma família de subconjuntos de  $S$  e  $F$  um conjunto pertencente a  $\mathfrak{J}$ .

Diz-se que  $F \in \mathfrak{J}$  é s-maximal em  $\mathfrak{J}$ , isto é, que tem máximo peso em  $\mathfrak{J}$  se [48]:

$$s(F) \geq s(X) \quad \text{para todo } X \in \mathfrak{J}$$

- A definição de matróide ponderado resulta da generalização do conceito de matróide. Um matróide ponderado  $M_p = (S, \mathfrak{J})$  é um matróide a cujos

elementos tem sido atribuído pesos  $s(x_i) \geq 0$  [59]. O matróide ponderado satisfaz as propriedades dos matróides enunciadas na seção 3.3.1.

### 4.3 - PROPRIEDADES BÁSICAS

Algumas definições citadas para os matróides do capítulo anterior, podem ser transportadas facilmente para os matróides ponderados, quando se leva em consideração os pesos dos elementos de um matróide. Assim, por exemplo, pode-se também aplicar a definição de base aos matróides ponderados, se é levado em conta os pesos dos elementos que compõem a base. Uma base de é de máximo peso se a soma dos pesos dos seus elementos é máxima [47].

Alguns lemas e teoremas importantes dos matróides ponderados encontram-se no Apêndice D. A seguir, e para uma maior compreensão destas estruturas, são descritas sucintamente, através de um exemplo explicativo, algumas propriedades básicas dos matróide ponderados.

Seja o grafo ponderado  $G_p$  da Figura 4-1. Define-se o matróide ponderado do grafo  $G_p$  como sendo :  $M = (E, \mathcal{I}^3)$ . Onde  $E$  é o conjunto finito de todas as arestas de  $G_p$  e  $\mathcal{I}^3$  representa à coleção de conjuntos independentes de três elementos. Isto é, cada conjunto que faz parte de  $\mathcal{I}^3$  tem três arestas diferentes de  $G_p$  :

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

$$\mathcal{I}^3 = \{ (e_1, e_2, e_3), (e_1, e_2, e_4), (e_1, e_3, e_4), (e_2, e_3, e_4) \}$$

Note-se que, neste exemplo, cada conjunto  $I$  que pertence a  $\mathcal{I}^3$ , é um conjunto independente maximal, isto é, não está contido em nenhum outro. (Observa-se da Figura 4-1 que não pode existir em  $G_p$  um conjunto independente com quatro elementos).

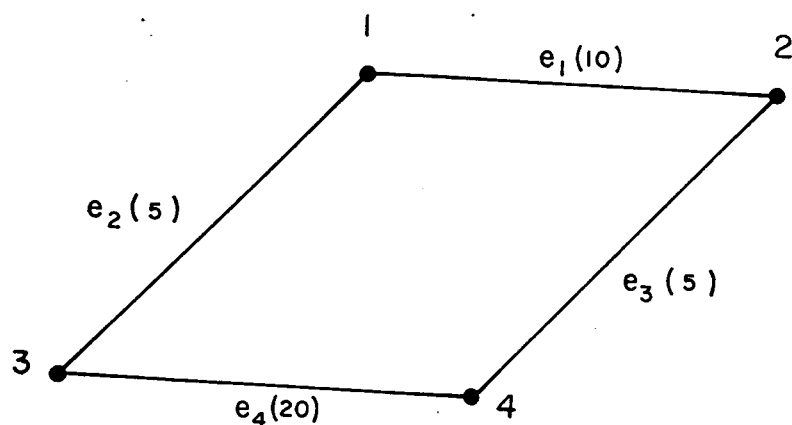


Figura 4-1 Grafo Ponderado  $G_p$ .

No matróide ponderado  $M$ , uma base qualquer  $B$  está dada por :

$$B = \{e_2, e_3, e_4\}$$

Se levamos em conta os pesos dos elementos (arestas), podemos obter uma base máxima  $B_{\text{máx}}$  cuja soma dos pesos dos seus elementos seja máxima, isto é :

$$B_{\text{máx}} = \{e_1, e_2, e_4\}$$

$$\sum_{i=1}^3 w(e_i) = 35 \quad (i \in B_{\text{máx}})$$

ou, uma outra base  $B_{\text{mín}}$ , cuja soma dos pesos dos seus elementos seja mínima :

$$B_{\text{máx}} = \{e_1, e_2, e_3\}$$

$$\sum_{i=1}^3 w(e_i) = 20 \quad (i \in B_{\text{mín}})$$

Consideremos agora a base  $B_{\text{máx}}$ . Os elementos de  $G_p$  que não fazem parte de  $B_{\text{máx}}$  são :

$$X = \{e_2\}$$

Note-se que os elementos de  $X$  (no caso  $e_2$ ) sempre terão um peso menor ou igual ao peso dos elementos da base máxima, isto é :

$$w(e_2) \leq w(e_4)$$

$$w(e_2) \leq w(e_1)$$

$$w(e_2) = w(e_3)$$

Consideremos novamente a base  $B_{\text{máx}}$  e o conjunto  $X$  de elementos que não pertencem a  $B_{\text{máx}}$ . Note-se que o peso da aresta  $e_2$  ( $w(e_2) = 5$ ) é igual ao peso de um dos elementos ( $e_3$ ) que fazem parte de  $B_{\text{máx}}$ . Portanto, é possível obter uma outra base máxima mediante :

$$B'_{\text{máx}} = B_{\text{máx}} - \{e_3\} + \{e_2\}$$

$$B'_{\text{máx}} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

onde :

$$\sum_{i=1}^3 w(e_i) = 35 \quad (e_i \in B'_{\text{máx}})$$

Se adicionamos o elemento  $e_2$  à base  $B_{\text{máx}}$  teremos o circuito fundamental  $C(B_{\text{máx}}, e_2)$  dado por :

$$C(B_{\text{máx}}, e_2) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

Uma árvore geradora para  $G_p$  deve conter  $N-1$  elementos, onde  $N$  é o número de nós de  $G_p$ . No exemplo, qualquer conjunto independente que faz parte de  $\mathcal{I}^3$  cumpre esta condição. Portanto os elementos de  $\mathcal{I}^3$  são árvores geradoras de  $G_p$ .

A base  $B_{\text{máx}}$  é uma árvore geradora máxima, já que, a soma dos pesos associados a seus elementos é máxima.

## 4.4 - INTERSECÇÃO DE MATRÓIDES PONDERADOS

### 4.4.1 - INTRODUÇÃO

O problema de intersecção de matróides ponderados que será tratado a

seguir, pretende encontrar para cada número inteiro positivo  $k$ , um conjunto independente de  $k$  elementos de máximo peso, comum a dois matróides  $M_1$  e  $M_2$ . Seja um grafo ponderado  $G_p$  com  $N$  nós, e que cada uma de suas arestas possua uma cor diferente e um peso diferente, sendo os pesos números inteiros positivos. A intersecção de matróides ponderados, que terá destaque aqui, visa encontrar um conjunto de  $(N-1)$  arestas, cada uma delas de uma cor diferente, cuja soma de pesos seja máxima.

Similarmente, como no caso da intersecção de matróides, o procedimento começa com  $k = 0$  e  $I = \emptyset$ , sendo  $k$  incrementado em uma unidade a cada passo. Seja o conjunto independente  $I^k$  obtido num certo estágio do processo. Uma aresta  $e_i$  do grafo  $G_p$  é adicionada ao conjunto independente  $I^k$  se cumpre com as seguintes condições :

- A aresta  $e_i$  não forma um circuito  $C(I, e_i)$  com os elementos do conjunto independente  $I^k$  ;
- A aresta  $e_i$  tem uma cor diferente das aresta do conjunto  $I^k$  ;
- A aresta  $e_i$  tem o peso máximo dentre as arestas de  $G_p$  que não pertencem a  $I^k$ ,

determina-se assim,  $I^{k+1}$  .

Uma propriedade importante do algoritmo a ser descrito é que ele fornece, a cada estágio do processo, um conjunto independente  $I$  que pertence à intersecção das coleções dos conjuntos independentes  $\mathcal{I}_1$  e  $\mathcal{I}_2$  ( $I \in \mathcal{I}_{12}^k$ ) e que, é s-maximal em  $\mathcal{I}_{12}^k$ .

#### 4.4.2 - MÉTODO PARA A DETERMINAÇÃO DA INTERSECÇÃO DE MÁXIMA CARDINALIDADE E PESO ENTRE DOIS MATRÓIDES PONDERADOS

Seja  $Z$  o conjunto finito de todas as arestas de um grafo ponderado

$G_p$ ,  $\mathcal{I}_1$  a coleção de conjuntos independentes em  $M_1=(Z, \mathcal{I}_1)$  (conjuntos que não formam caminhos fechados em  $G_p$ ),  $\mathcal{I}_2$  a coleção de conjuntos independentes em  $M_2=(Z, \mathcal{I}_2)$  (conjuntos formados por arestas de  $G_p$ , todas com cores diferentes) e  $s(e)$  a função peso definida em  $Z$ . A função  $s(e)$  (ou simplesmente  $s$ ) atribui um peso a cada aresta do grafo ponderado.

Seja  $I$  um conjunto que por definição é independente em  $M_1$  e  $M_2$ , e tem máximo peso em  $\mathcal{I}_{12}^k$ .

Para obter como resultado um conjunto independente  $I$  com máxima cardinalidade e máximo peso, o algoritmo parte de :  $k = 0$ ,  $I = \emptyset$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = s$ , que são condições que satisfazem as hipóteses do Lema 3 do Apêndice D.

Seja :

$$m_i = \text{Máx} \{s_i(x) : x \notin I, I + x \in \mathcal{I}_i\} \quad (i = 1, 2),$$

isto é,  $m_i$  é o peso máximo de todas as arestas de  $G_p$  que não pertencem ao conjunto independente  $I$ , e as quais adicionadas a  $I$ , não formam caminhos fechados.

Define-se um grafo bipartido auxiliar  $G_{ba}(V_1, V_2)$ , cujos conjuntos de vértices  $V_1$  e  $V_2$  são as arestas de  $Z$ . Os conjuntos de vértices estão definidos como :

$$V_2 = \{v_2 : v_2 \in I\}$$

$$V_1 = \{v_1 : v_1 \notin I\}$$

sendo que :

$$Z = V_1 \cup V_2$$

Nota-se que os vértices do grafo bipartido  $G_{ba}$  correspondem a uma aresta do grafo  $G_p$ .

O conjunto de vértices  $V_1$ , que corresponde aos elementos (arestas) que não fazem parte do conjunto independente  $I$ , contém os conjuntos  $X_0$ ,  $X_1$  e

$X_2$  definidos a seguir.

$X_1$  é o conjunto de elementos (representados por vértices no grafo bipartido) que não pertencem ao conjunto independente  $I$ , que têm peso igual a  $m_1$  e que adicionados a  $I$  não formam caminhos fechados.

$$X_1 = \{ x : x \notin I, I + x \in \mathcal{J}_1, s_1(x) = m_1 \}$$

O conjunto  $X_2$  é definido de forma análoga ao conjunto  $X_1$  :

$$X_2 = \{ x : x \notin I, I + x \in \mathcal{J}_2, s_2(x) = m_2 \}$$

O conjunto  $X_0$  é definido como o conjunto de todos os vértices do grafo bipartido  $G_{ba}$  (arestas de  $G$ ), que não fazem parte de  $X_1$  nem de  $X_2$ .

Se um elemento  $x$  pertence simultaneamente a  $X_1$  e  $X_2$ , então ele é adicionado a  $I^k$ , resultando  $I^{k+1}$ . Caso contrário, as arestas do grafo bipartido  $G_{ba}$  são formadas da seguinte maneira :

- Para cada elemento genérico  $y_1$  do circuito  $C(I, x)$  que tem peso igual ao peso de  $x$ , cria-se uma aresta  $x \rightarrow y_1$  no grafo bipartido. Isto é :

- Se  $x \notin I, I+x \notin \mathcal{J}_1, y_1 \in C_1(I, x), s_1(x) = s_1(y)$ , então criar-se a aresta  $x \rightarrow y_1$  em  $G_{ba}$ .

Analogamente ao caso anterior, define-se a criação da aresta  $y_1 \rightarrow x$  :

- Se  $x \notin I, I+x \notin \mathcal{J}_2, y_1 \in C_2(I, x), s_2(x) = s_2(y)$ , então cria-se a aresta  $y_1 \rightarrow x$  em  $G_{ba}$ .

Uma vez formado o grafo bipartido auxiliar, existem duas



possibilidades : existência ou não de um caminho entre os conjuntos  $X_2$  e  $X_1$ .

Caso 1 : Existe caminho entre  $X_2$  e  $X_1$

Seja  $U_{\min}$  o caminho com o menor número de arestas entre os conjuntos  $X_2$  e  $X_1$ . O novo conjunto  $I'$  será  $I \Delta U_{\min}$ , que possui um elemento a mais do que  $I$ , ou seja a cardinalidade de  $I$  é incrementada em uma unidade. O novo conjunto  $I'$  tem também a particularidade de ter o maior peso dentre os conjuntos formados por  $k$  elementos. Os pesos dos elementos permanecem inalterados, isto é :  $s'_i = s_i$  ( $i = 1, 2$ ).

A operação  $I \Delta U_{\min}$  equivale a retirar do conjunto união  $I \cup U_{\min}$  os elementos que pertencem simultaneamente a  $I$  e  $U_{\min}$ , os quais ocupam as posições pares da seqüência de elementos em  $U_{\min}$ . Operacionalmente o novo conjunto  $I'$  é obtido pela inclusão em  $I$  dos elementos que ocupam as posições ímpares em  $U_{\min}$  e pela retirada de  $I$  dos elementos que ocupam as posições pares em  $U_{\min}$ . Neste processo consegue-se adicionar um elemento a mais em relação ao número de elementos retirados de  $I$ .

Postulado 1 :  $I'$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ , satisfazem as condições do Lema 3 (ver Apêndice D) para  $k+1$ .

Isto significa que o novo  $I'$  tem máximo peso tanto no primeiro como no segundo matróide [48, 49].

Postulado 2 :  $s(I') - s(I) = m_1 + m_2$

Se  $I'$  é um novo conjunto independente resultado do incremento de um novo elemento a  $I$ ; então a diferença de pesos entre  $I'$  e  $I$  é sempre igual a

soma de dos valores de  $m_1$  e  $m_2$ .

Caso 2 : Não existe caminho entre  $X_2$  e  $X_1$

Se não existir um caminho entre os conjuntos  $X_2$  e  $X_1$  forma-se um conjunto  $T$  com todos os vértices que são alcançados a partir do conjunto  $X_2$ .

Faz-se então a modificação dos pesos de acordo com :

$$s'_1(x) = \begin{cases} s_1(x) + \delta & \text{Se } x \in T \\ s_1(x) & \text{Se } x \notin T \end{cases}$$

$$s'_2(x) = s(x) - s'_1(x)$$

onde  $\delta$  está definido como :

$$\delta = \text{Mín} ( \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4 )$$

e onde :

$$\delta_1 = \text{Mín} [ s_1(y) - s_1(x) : I+x \notin \mathcal{J}_1, x \in (T-I), y \in C_1(I,x) - T ]$$

$$\delta_2 = \text{Mín} [ m_1 - s_1(x) : I+x \in \mathcal{J}_1, x \in (T-I) ]$$

$$\delta_3 = \text{Mín} [ s_2(y) - s_2(x) : I+x \notin \mathcal{J}_2, x \in (S-(T \cup I)), y \in C_2(I,x) \cap T ]$$

$$\delta_4 = \text{Mín} [ m_2 - s_2(x) : I+x \in \mathcal{J}_2, x \in (S-(T \cup I)) ]$$

Caso exista algum conjunto vazio dentre todas as condições impostas

acima por  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ , então define-se o mínimo como sendo infinito ( $\infty$ ).

Postulado 3 :  $\delta > 0$ . [48, 49]

Postulado 4 :  $I' = I$ ,  $s'_1$  e  $s'_2$  satisfazem as condições do Lema 3 (ver Apêndice D).

Uma vez modificados os pesos são investigadas novamente as duas possibilidades para se adicionar uma aresta de  $G_p$  ao conjunto  $I$ , de modo a manter sua independência e seu peso máximo : existência de um elemento comum aos conjuntos  $X_1$  e  $X_2$ , ou de um caminho no grafo bipartido que conecte  $X_2$  com  $X_1$ .

#### 4.4.3 ALGORITMO DE INTERSECÇÃO DE MATRÓIDES

Baseados nas definições, lemas, teoremas e postulados das seções anteriores Frank [48, 49] apresenta um algoritmo para obter a inteseccção de dois matróides quaisquer :

##### Passo 1

- 1.0  $s_{11} = 0$  ,  $s_{21} = s_1$  ,  $k = 0$  ,  $I^k = \emptyset$
- 1.1 Determinar  $m_1$  e  $m_2$ .
- 1.2 Determinar  $X_1$  ,  $X_2$  e  $X_0$ . Construir o grafo auxiliar.
- 1.3 Se existe um elemento comum a  $X_1$  e  $X_2$ , adicionar a  $I^k$ . Vá a 1.1.
- 1.4 Procurar um caminho entre  $X_1$  e  $X_2$ . Se existe vá ao terceiro passo.

Passo 2

- 2.0 Determinar o conjunto T.
- 2.1 Determinar  $\delta$ . Se  $\delta = \infty$ ,  $I^k$  tem máxima cardinalidade. Parar.
- 2.2 Atualizar pesos para elementos que pertencem a T :  
$$s_{1i}(x) = s_{1i}(x) + \delta \quad , \quad s_{2i}(x) = s_{2i}(x) - \delta$$
- 2.3 Vá a 1.1

Passo 3

- 3.1 Fazer  $I^{k+1} = I^k \Delta U_{\min}$  .  $k = k + 1$
- 3.2  $s_{1i}^k = s_{1i}$  ,  $s_{2i}^k = s_{2i}$
- 3.3 Vá para 1.1

4.5 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA DETERMINAÇÃO DA INTERSEÇÃO DE MATRÓIDES PONDERADOS [48, 49]

Sejam os matróides ponderados  $M_1(Z, \mathfrak{I}_1)$  e  $M_2(Z, \mathfrak{I}_2)$  :

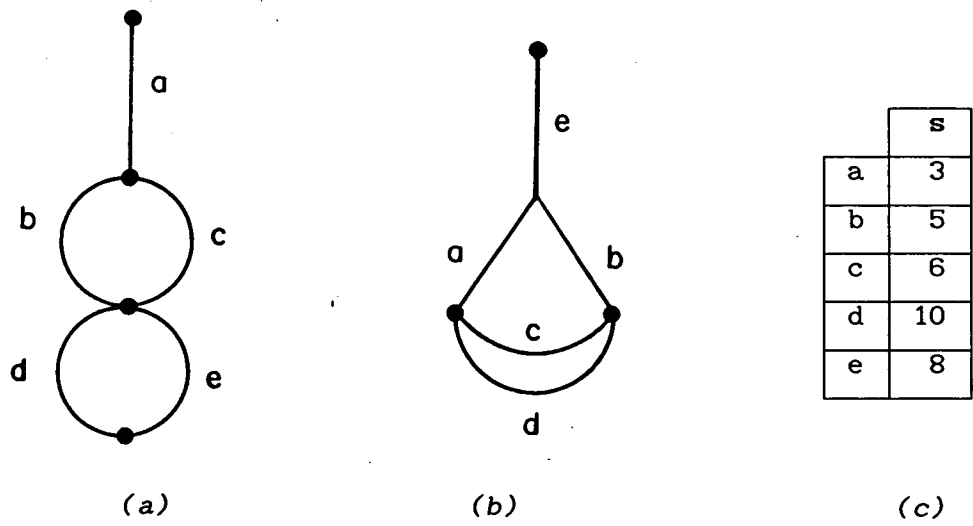
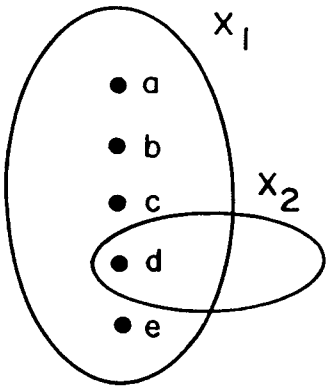


Figura 4-2      a)  $M_1(Z, \mathfrak{I}_1)$  , b)  $M_2(Z, \mathfrak{I}_2)$  , c) Pesos dos elementos

1º Etapa :

	a	b	c	d	e
s <sub>1</sub>	0	0	0	0	0
s <sub>2</sub>	3	5	6	10	8

m <sub>1</sub> = 0
m <sub>2</sub> = 10



k = 0

I = V<sub>1</sub> = 0

V<sub>2</sub> = {a, b, c, d, e }

X<sub>1</sub> = {a, b, c, d, e }

X<sub>2</sub> = { d }

X<sub>0</sub> = { ∅ }

O elemento {d }, que corresponde à intersecção de X1 e X2 é agregado ao conjunto I (passo 1.3). Corresponde ao caso 1.

2º Etapa :

Passo 1:

k = 1

I = V<sub>1</sub> = {d }

V<sub>2</sub> = {a, b, c, e }

X<sub>0</sub> = { ∅ }

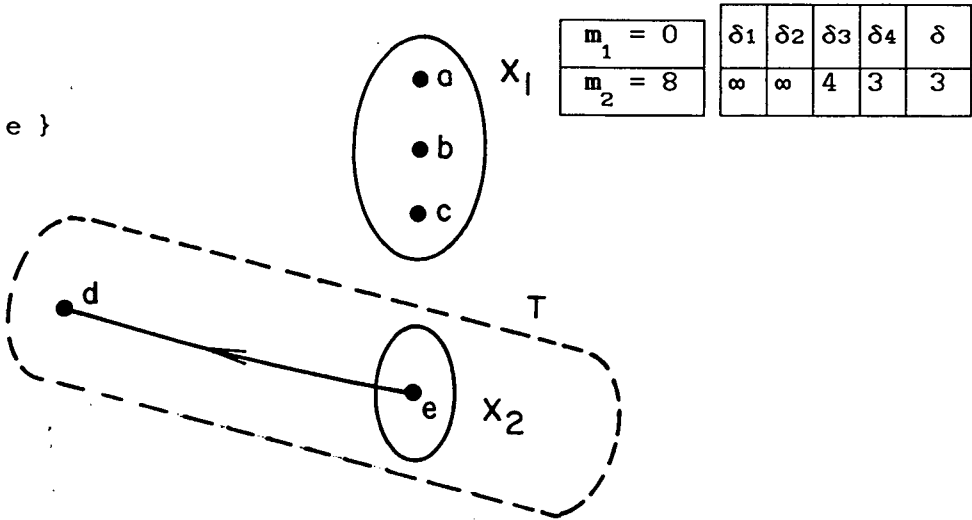
X<sub>1</sub> = {a, b, c }

X<sub>2</sub> = {e }

Passo 2 :

T = {d, e }

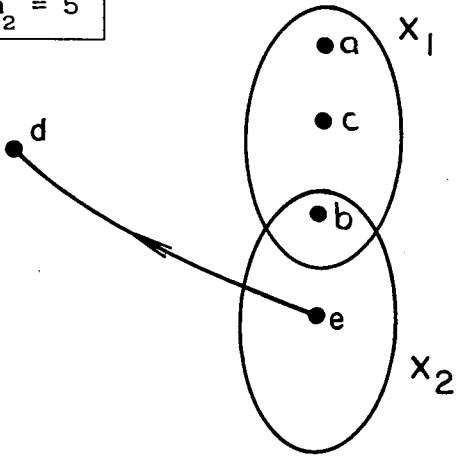
δ = 3



Já que não existe caminho entre os conjuntos X1 e X2, calcula-se o valor de δ e se definem novos pesos:

	a	b	c	d	e
s <sub>1</sub>	0	0	0	3	3
s <sub>2</sub>	3	5	6	7	5

m <sub>1</sub> = 0
m <sub>2</sub> = 5



Passo 2.2 :

$s_1(d) = 0 + 3 = 3$   
 $s_1(e) = 0 + 3 = 3$   
 $s_2(d) = 10 - 3 = 7$   
 $s_1(e) = 8 - 3 = 5$

Passo 1 :

$X_1 = \{a, b, c\}$   
 $X_2 = \{b, e\}$   
Caso 1

O elemento { b }, que corresponde à intersecção de X1 e X2 é agregado ao conjunto I (passo 1.2).

3º Etapa :

Passo 1:

$k = 2$

$I = V_1 = \{b, d\}$

$V_2 = \{a, c, e\}$

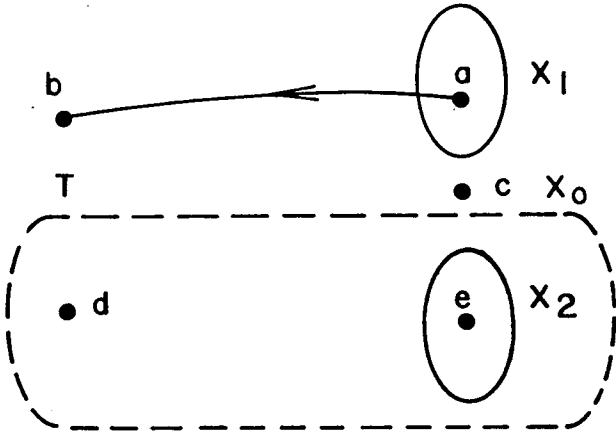
$X_1 = \{a,\}$

$X_2 = \{e\}$

$X_0 = \{c\}$

m <sub>1</sub> = 0
m <sub>2</sub> = 5

δ1	δ2	δ3	δ4	δ
∞	∞	1	∞	1



Passo 2:

$T = \{d, e\}$

$\delta = 1$

Caso 2

Já que não existe caminho entre os conjuntos X1 e X2, calcula-se o valor de  $\delta$  e se definem novos pesos:

	a	b	c	d	e
s <sub>1</sub>	0	0	0	4	4
s <sub>2</sub>	3	5	6	6	4

m <sub>1</sub> = 0
m <sub>2</sub> = 4

δ <sub>1</sub>	δ <sub>2</sub>	δ <sub>3</sub>	δ <sub>4</sub>	δ
∞	∞	2	∞	2

Passo 2.2 :

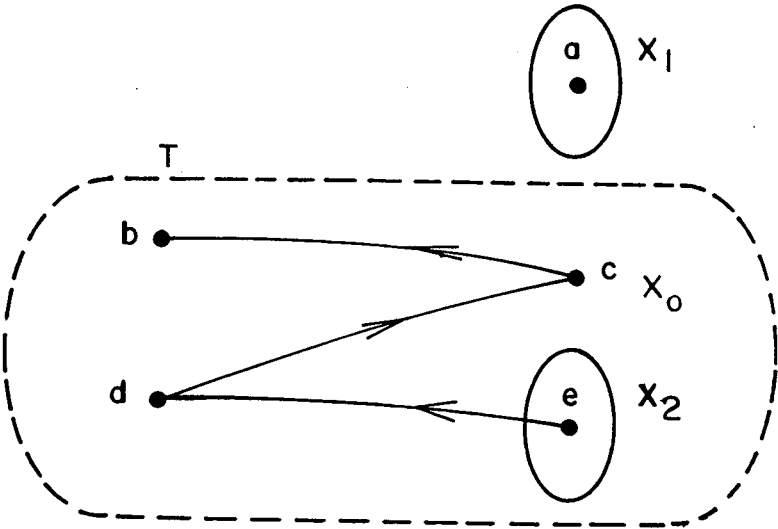
$s_1(d) = 3 + 1 = 4$   
 $s_1(e) = 3 + 1 = 4$   
 $s_2(d) = 7 - 1 = 6$   
 $s_1(e) = 5 - 1 = 4$

Passo 1:

$X_1 = \{ a \}$   
 $X_2 = \{ e \}$   
 $X_0 = \{ c \}$

Passo 2:

$T = \{ e, d, c, b \}$   
 $\delta = 2$  ; Caso 2



Novamente não existe caminho. Se recalcula o valor de  $\delta$  e se modificam os pesos :

	a	b	c	d	e
s <sub>1</sub>	0	2	2	6	6
s <sub>2</sub>	3	3	4	4	2

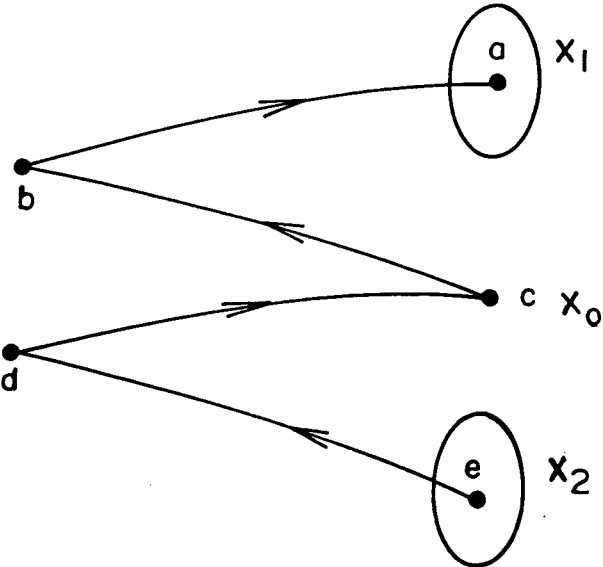
m <sub>1</sub> = 0
m <sub>2</sub> = 4

Passo 2.2 :

$s_1(b) = 0 + 2 = 2$   
 $s_1(c) = 0 + 2 = 2$   
 $s_1(d) = 4 + 2 = 6$   
 $s_1(e) = 4 + 2 = 6$   
 $s_2(b) = 5 - 2 = 3$   
 $s_2(c) = 6 - 2 = 4$   
 $s_2(d) = 6 - 2 = 4$   
 $s_2(e) = 4 - 2 = 2$

Passo 1:

$X_1 = \{ a \}$   
 $X_2 = \{ e \}$



$$X_0 = \{c\}$$

Caso 1

$$U_{\min} = \{e, d, c, b, a\}$$

$$I' = I \Delta U_{\min} = \{a, c, e\}$$

Existe um caminho entre  $X_2$  e  $X_1$ . Faz-se a diferença simétrica entre  $U_{\min}$  e  $I$ . O conjunto resultante  $I'$  é uma intersecção de máxima cardinalidade e máximo peso.

O algoritmo combinatório descrito nas seções anteriores, pretende ser aplicado ao problema de seleção de pseudomedidas críticas do Sistema Externo em Sistemas Elétricos de Potência.



## CAPÍTULO 5

### UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE MATRÓIDES A SISTEMAS ELETRICOS DE POTÊNCIA

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo é apresentada uma possível aplicação do algoritmo de intersecção de matróides ponderados ao problema de selecionar o melhor plano mínimo de medição para modelar explicitamente o Sistema Externo. Para este propósito, é preciso construir o grafo ponderado de medição  $G_m$  do sistema interconectado a partir do grafo da rede  $G_r$ , do conjunto de telemedidas, pseudomedidas e informações disponíveis no COS do Sistema Interno.

Uma vez construído o grafo ponderado de medição  $G_m$ , procura-se uma árvore geradora observável máxima para o sistema interconectado. Esta árvore tem a característica de tornar o sistema global observável e de conter as medidas de maior confiabilidade associadas a suas arestas. As medidas restantes não selecionadas, pertencentes ao Sistema Interno, são adicionadas ao conjunto de "medidas" selecionadas pelo algoritmo e, em seguida, são fornecidas ao estimador de estados que executa, em uma única etapa, a estimação de estados do sistema interconectado.

Este capítulo apresenta na seção 5.2 a formulação do problema. A seção 5.3 apresenta o algoritmo proposto de intersecção de matróides ponderados

aplicado a Sistemas Elétricos de Potência, para fazer a seleção de "medidas" do Sistema Externo, assim como algumas considerações e a descrição do algoritmo. A seção 5.4 apresenta alguns critérios de ponderação de pseudomedidas e informações do Sistema Externo. Finalmente, a seção 5.5 mostra um exemplo de aplicação do algoritmo a Sistemas Elétricos de Potência.

## 5.2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Realizar uma modelagem explícita do Sistema Externo com um conjunto mínimo de pseudomedidas e informações significa tornar a maior parte possível do Sistema Externo observável. Isto é, fazer extensão da observabilidade do Sistema Interno às áreas externas que correspondem, por exemplo, a outras empresas de energia elétrica. O problema, portanto, consiste em se determinar uma máxima árvore geradora observável (MAGO) que inclua a maior parte possível do Sistema Externo.

Para cumprir este propósito, é necessário dispor de um conjunto de telemedidas do Sistema Interno, de um conjunto de telemedidas, pseudomedidas e informações do Sistema Externo, e dos pesos para o conjunto de dados do Sistema Externo resultantes de um critério de ponderação. Este conjunto total de dados é então fornecido ao algoritmo que seleciona as informações.

O primeiro passo a ser realizado é a construção do grafo ponderado de medição do sistema interconectado, o que é feito a partir do grafo da rede e do conjunto global de informações disponíveis do sistema interligado. É neste grafo ponderado de medição que se procura uma árvore geradora observável, cuja soma dos pesos de suas arestas seja máxima. Desta maneira, está-se assegurando que as medidas que fazem este sistema observável, possuem a maior confiabilidade. Isto, se os pesos atribuídos às medidas são os

corretos segundo os critérios do usuário.

Ao conjunto de medidas selecionado se adicionam as medidas restantes pertencentes ao Sistema Interno. Mantém-se assim um bom nível de redundância do conjunto de telemedidas do Sistema Interno e se assegura que as medidas restantes, correspondentes ao Sistema Externo, sejam críticas do ponto de vista topológico. Finalmente, este conjunto de "medidas" selecionadas do Sistema Externo e as medidas do Sistema Interno são fornecidas ao estimador de estados. Com o resultado da estimação, é possível realizar a Análise de Contingências.

### 5.2.1 - GRAFO PONDERADO DE MEDIÇÃO DO SISTEMA INTERCONECTADO

O grafo ponderado de medição do sistema interligado  $G_m$  é um grafo não orientado cujas arestas estão associadas a elementos do conjunto global de informações (conjunto formado por telemedidas do Sistema Interno, telemedidas, pseudomedidas e informações do Sistema Externo com suas respectivas ponderações). Este grafo tem as seguintes características :

- o conjunto de vértices de  $G_m$  é igual ao conjunto de vértices do grafo da rede  $G_r$ ;
- se existir uma medida de fluxo na linha  $i-j$ , então os vértices  $i$  e  $j$  são ligados em  $G_m$  por uma aresta que está associada a essa medida e que tem o mesmo peso que ela. Se a linha  $i-j$  é monitorada em ambos os extremos, então existem duas arestas ligando os vértices  $i$  e  $j$ , com pesos iguais às das medidas associadas a estas arestas;
- se a injeção de potência for monitorada na barra  $i$ , então o vértice  $i$  em  $G_m$  é ligado com cada um dos seus vértices adjacentes. As arestas resultantes têm peso igual à medida de

injeção e todas elas estão associadas à medida de injeção da barra  $i$ ;

- se for monitorada a tensão na barra  $i$ , cria-se um nó fictício denominado terra; este artifício é realizado para considerar uma medida de tensão como sendo uma medida de fluxo. Então, faz-se uma ligação em  $G_m$  entre a barra  $i$  e o nó fictício. O peso da aresta é o peso da medida de tensão associada a ela.

Sobre este grafo ponderado de medição  $G_m$  é que se realiza a busca de uma M.A.G.O., isto é, uma árvore na qual cada aresta esteja associada a uma só medida e a soma dos pesos das arestas que a formam seja máxima.

## 5.2.2 - DEFINIÇÃO DOS MATRÓIDES PONDERADOS PARA A APLICAÇÃO EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

A seguir são apresentados os matróides ponderados  $M_1$  e  $M_2$  que satisfazem as propriedades de independência citadas na seção 3.3.1. Ambos são definidos sobre o conjunto de arestas  $E$  do grafo ponderado de medição  $G_m$ .

O matróide ponderado  $M_1$ , definido sobre  $E$ , tem como coleção de conjuntos independentes  $\mathcal{I}_1$ , a coleção de todas as árvores geradoras de  $G_m$ . Ou seja,  $\mathcal{I}_1$  é a coleção de conjuntos de subgrafos que não contém circuitos. Portanto, o matróide  $M_1$  é o matróide do grafo de medição  $M_1=(E, \mathcal{I}_1)$ .

O outro matróide ponderado  $M_2 = (E, \mathcal{I}_2)$ , também definido sobre  $E$ , tem  $\mathcal{I}_2$  como coleção de conjuntos independentes. Para que um determinado conjunto de arestas em  $E$  seja independente em  $M_2$ , isto é, pertença a  $\mathcal{I}_2$ , é preciso que cada um de seus elementos esteja associado a uma medida diferente.

Para melhor compreensão desta restrição considere a seguinte ilustração : cada "medida" do conjunto global de informações é pintada com uma

cor diferente, além disso, as arestas são coloridas com as respectivas cores das medidas a elas associadas. Para que esta última restrição seja satisfeita, as arestas da máxima árvore geradora observável devem estar pintadas com cores diferentes. Na terminologia do Capítulo 3 e 4, o segundo matróide é um matróide de partição  $M_2=(E,\mathfrak{I}_2)$ , onde  $\mathfrak{I}_2$  corresponde à coleção de todas as combinações de arestas pintadas com cores diferentes.

O matróide  $M_2$ , definido em termos do grafo bipartido de medição  $G_{bm}(A,B)$ , apresenta como coleção de conjuntos independentes todos os possíveis emparelhamentos. Estes emparelhamentos são transversais parciais em que cada elemento está associado a uma única medida do conjunto  $A$  de  $G_{bm}(A,B)$  (ver exemplo da seção 3.3.2).

Assim, o problema de encontrar uma M.A.G.O. é resolvido buscando-se a intersecção de máximo número de elementos entre  $M_1$  e  $M_2$  cuja soma dos pesos seja máxima.

O método apresentado implementa estas idéias em um algoritmo que é baseado no algoritmo de intersecção de matróides ponderados proposto por Frank [48, 49].

## 5.3 - ALGORITMO

### 5.3.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Antes de descrever o algoritmo proposto, é conveniente apresentar o tratamento adotado para as "medidas" ativas e reativas do conjunto global de informações.

O princípio familiar do desacoplamento ativo/reativo em Sistemas Elétricos de Potência [24] é aplicado para determinar a máxima árvore geradora

observável. Assim, a seleção de medidas para os subproblemas P- $\delta$  e Q-V é feita de forma separada. Esta decomposição permite um melhor tratamento do conjunto global de informações (que são assimétricas com respeito às partes ativa e reativa) e permite o processamento adequado das medidas de tensão, as quais não têm recíprocas, na parte ativa [25].

Para uma seleção efetiva das medidas de tensão no subproblema Q-V, é adotado o procedimento proposto em [25], onde se constroi um grafo com um nó a mais: o nó terra. Todas as medidas de tensão são então representadas por uma aresta que conecta a barra monitorada com o nó terra. Através deste artifício, simplesmente são levadas em conta dois tipos de medidas : fluxos e injeções.

É evidente que o algoritmo busca satisfazer as condições de observabilidade topológica e algébrica do sistema interligado.

### 5.3.2 - ALGORITMO PROPOSTO

Os dados de entrada para o algoritmo são os matróides  $M_1$  e  $M_2$ , definidos sobre o conjunto de arestas  $E$  e a função de peso  $s(x_i)$ , que representa os pesos atribuídos a cada aresta de  $E$ . Os pesos de cada aresta são números inteiros positivos.

Os passos a seguir descrevem o algoritmo :

- 1) Construir o grafo de medição  $G_m$  baseado na topologia da rede e no conjunto global de informações da rede interconectada.
- 2) Para cada aresta do grafo  $G_m$  : fazer  $s_1$  igual ao zero,  $s_2$  igual ao peso da aresta de  $G_m$  e o conjunto  $I^k = \emptyset$ , com  $k = 0$ .
- 3) Encontrar os valores de  $m_1$  e  $m_2$  dados por :
 
$$m_1 = \text{Max}\{ s_1(x) : x \notin I, I+x \in \mathcal{I}_1 \} \quad (i = 1, 2)$$
- 4) Reinicializar os conjuntos  $X_1$  e  $X_2$  e o grafo bipartido  $G_{bm}$ .

- 5) Submeter cada aresta  $e_1$  do  $G_m$  não contida em  $I^k$  aos seguintes passos:
- 5.1 Se o peso da aresta não for igual ao valor de  $m_1$ , ir ao passo 5.3.
  - 5.2 Se existe um circuito  $C_1$  em  $M_1$  que contém  $e_1$ , então cada aresta de  $C_1$  é usada para gerar uma aresta em  $G_{bm}$ . Senão, adicionar ao conjunto  $X_1$ .
  - 5.3 Se o peso da aresta  $e_1$  não for igual ao valor de  $m_2$ , ir ao passo 6.
  - 5.4 Se existe um circuito  $C_2$  em  $M_2$  que contém  $e_1$ , então cada aresta de  $C_2$  é usada para gerar uma aresta em  $G_{bm}$ . Em caso contrário, adicionar  $e_1$  ao conjunto  $X_2$ .
  - 5.5 Se  $e_1$  não forma circuito nem em  $M_1$  e nem em  $M_2$ , então adicionar  $e_1$  ao conjunto  $I^k$ .
- 6) Se todas as arestas de  $G_m$  que não pertencem a  $I^k$  já foram percorridas, ir para o passo 7. Em caso contrário, volte ao passo 5 e processe a próxima aresta.
- 7) Se após o processamento de todas as arestas  $e_1$ ,  $I^k$  for uma base de  $M_1$ , ou seja, uma árvore geradora, então, foi encontrada uma máxima árvore geradora observável. Em caso contrário, ir ao passo 8.
- 8) Procure seqüências de aumento pesquisando os caminhos que conectam  $X_1$  e  $X_2$  no grafo bipartido auxiliar  $G_{bm}$ . Se existe um caminho (isto é, uma seqüência de aumento), ir ao passo 9; senão, ir ao passo 10.
- 9) Seja  $I^{k+1}$  o resultado da expansão de  $I^k$  através da utilização das seqüências de aumento. Se  $I^{k+1}$  for uma M.A.G.O., parar. Senão, fazer  $k = k + 1$  e retornar ao passo 3.
- 10) A partir de  $G_{bm}$  formar o conjunto  $T$  constituído pelos elementos de

X2 mais aqueles que são alcançáveis a partir de X2.

- 11) Calcular os valores de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_4$  e  $\delta$ . Se  $\delta$  é igual a infinito, parar, pois foi encontrado o conjunto desejado de pseudomedidas. O algoritmo fornece um conjunto de pseudomedidas de máximo peso cujo cardinalidade é menor ou igual à máxima cardinalidade. Se  $\delta$  não for infinito, ir ao passo 12.
- 12) Atualizar os pesos das arestas de E para todos os elementos pertencentes ao conjunto T. Fazer  $s_{11} = s_1 + \delta$  e  $s_{21} = s_1 - \delta$ . Voltar ao passo 3.

### 5.3.3 - DESCRIÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO

O fluxograma da Figura 5-1 apresenta o programa principal, no qual são processados em forma separada os subproblemas P- $\delta$  e Q-V. Os dados de entrada para o algoritmo são : topologia da rede, o conjunto global de informações do sistema interconectado para os subproblemas P- $\delta$  e Q-V e o peso atribuído para cada uma das informações.

De acordo com o exposto em 5.3.1, é formado o grafo ponderado de medição e realizada a seleção de informações para o subproblema P- $\delta$ . A seguir, em processo similar, é montado o grafo ponderado de medição do subproblema Q-V (que inclui o tratamento para medidas de tensão) para depois também se proceder à correspondente seleção das informações. Como resultado final, obtém-se um conjunto mínimo de informações para o sistema interconectado as quais, junto com as telemedidas do Sistema Interno, são fornecidas ao estimador de estados.

O fluxograma da Figura 5-2 apresenta o tratamento para o programa que seleciona as informações do Sistema Externo (WOBSV). Como parâmetros de



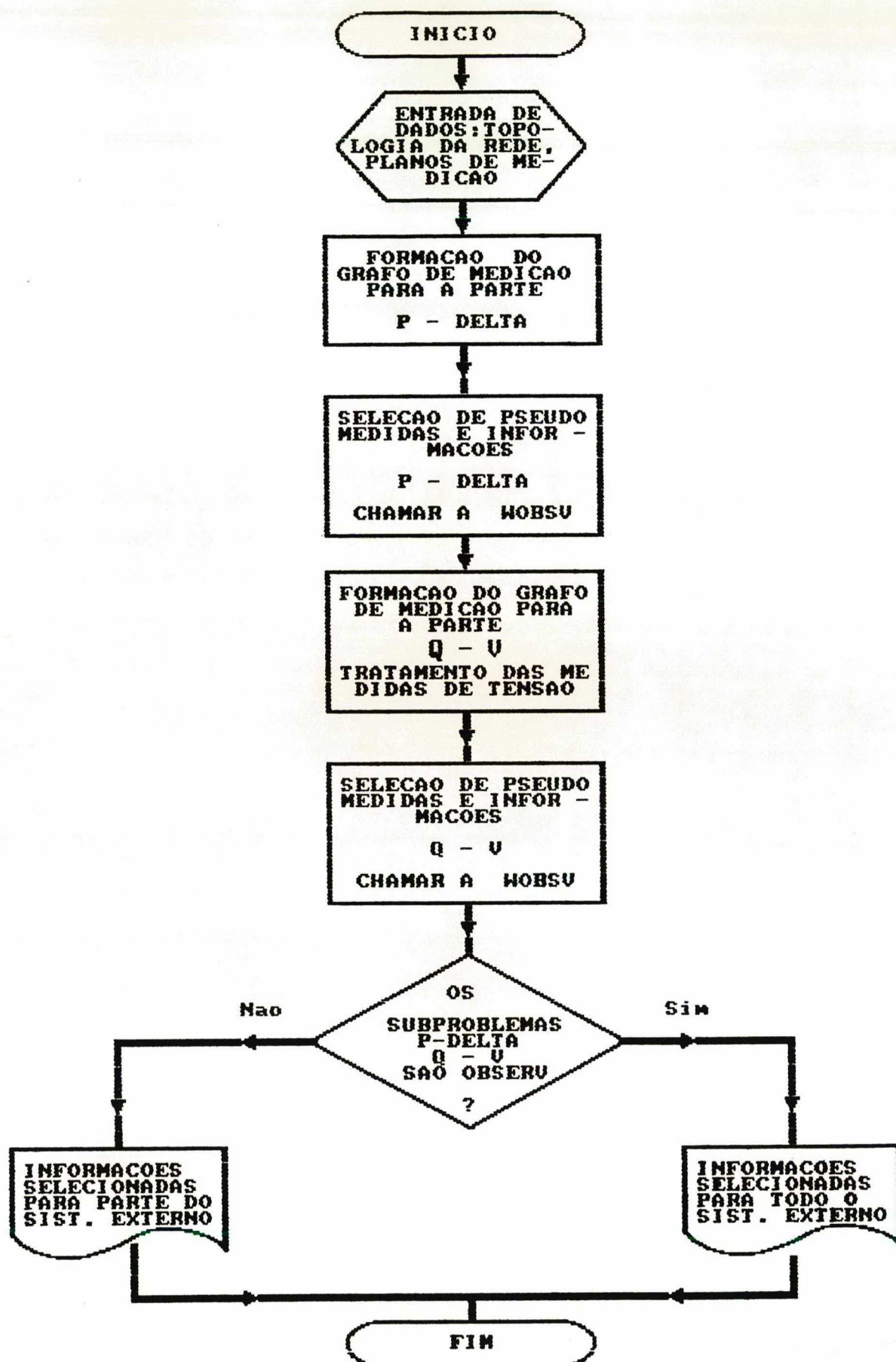


FIGURA 5-1 Fluxograma do Processamento Principal

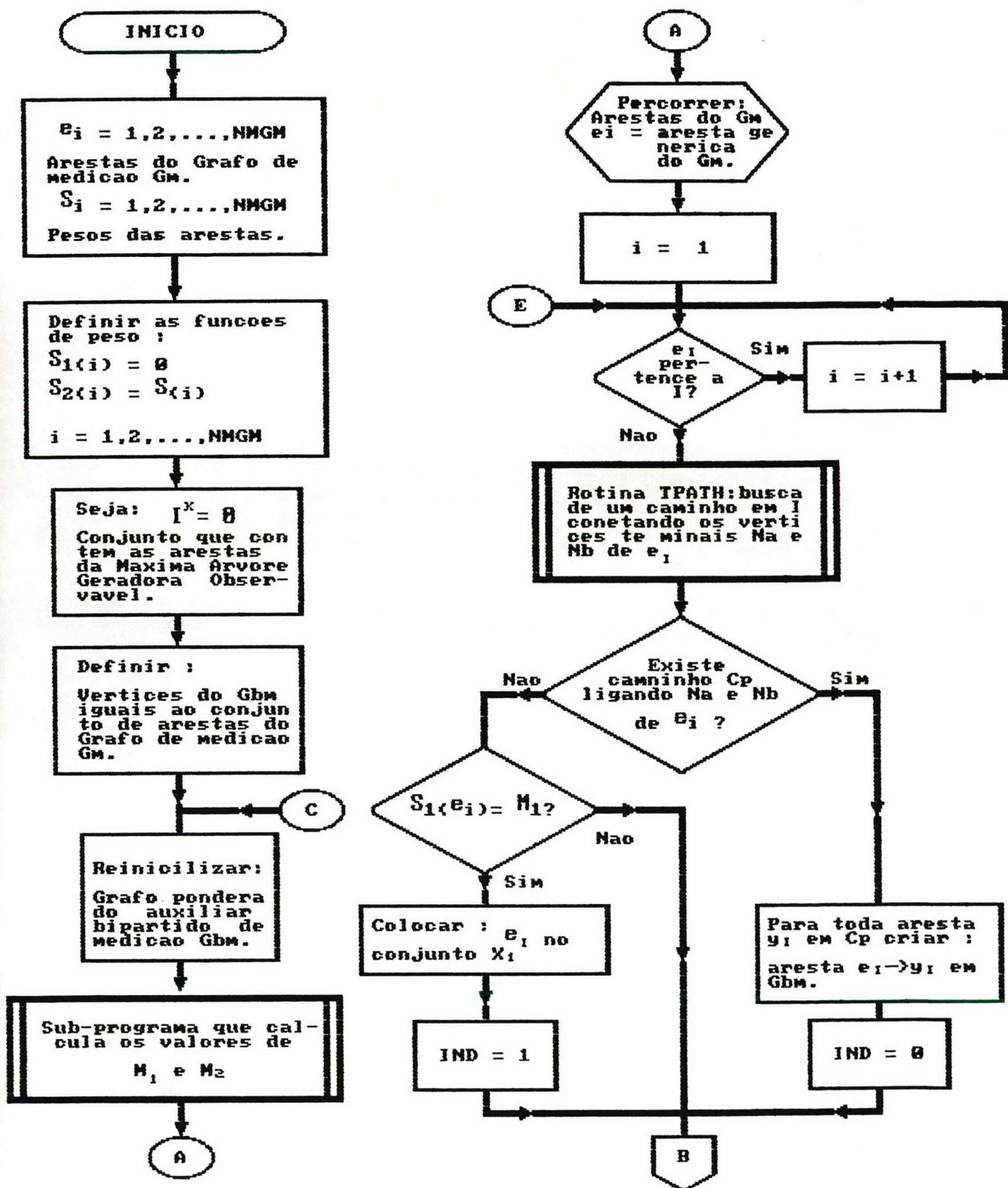


FIGURA 5-2 (A) Fluxograma do procedimento WOBVS

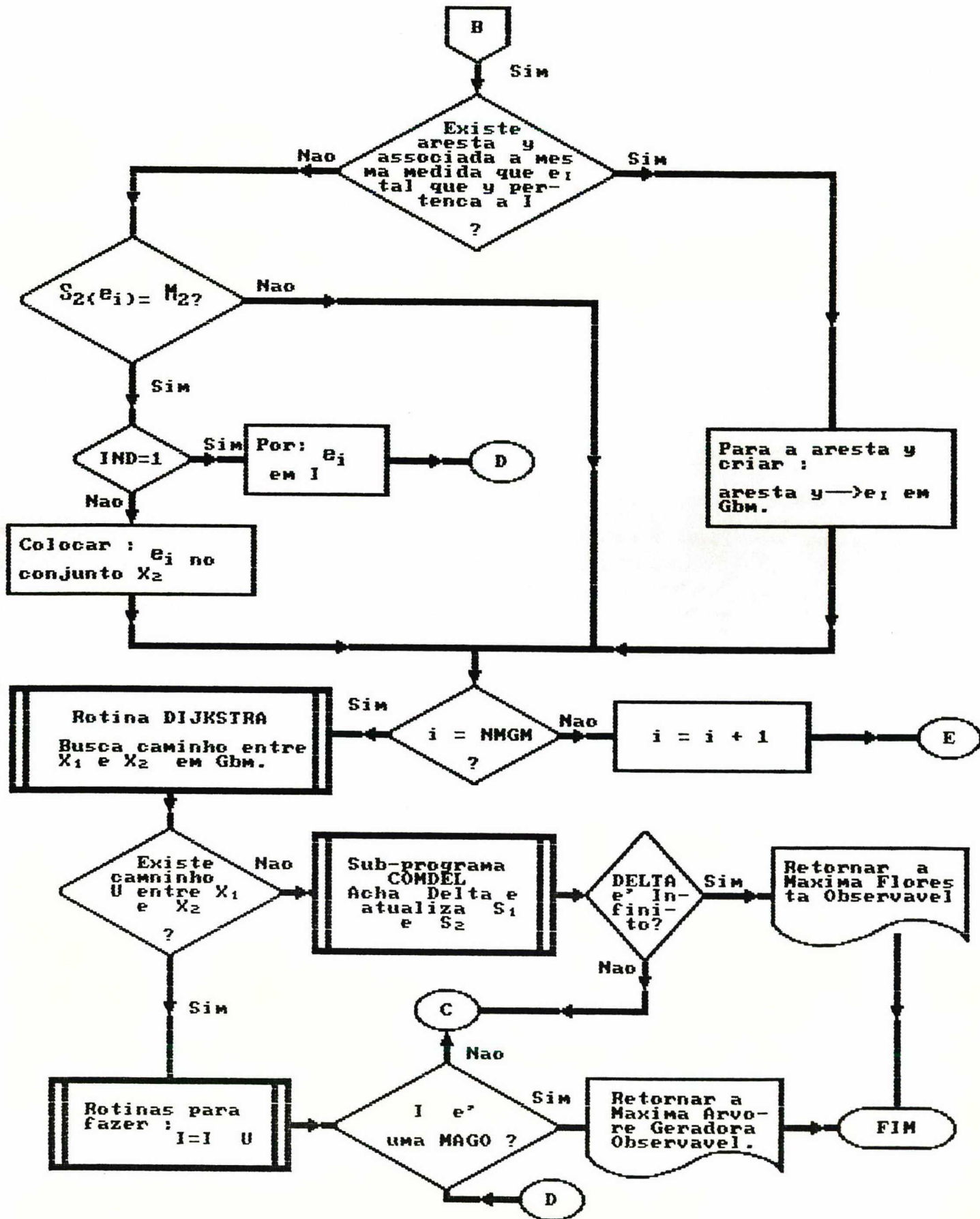


FIGURA 5-2 (B) Fluxograma do Procedimento NOBSU



entrada para este procedimento estão : grafo ponderado de medição, pesos das arestas do grafo ponderado de medição e dados adicionais do Sistema de Potência tais como : número de barras, linhas, pseudomedidas e informações, etc.

São definidos o Grafo ponderado auxiliar bipartido de medição e as funções de peso  $s_1$  e  $s_2$ . São calculados os valores de  $m_1$  e  $m_2$  pelo sub-programa **M1M2**. Logo, são percorridas as arestas  $e_i$  do Grafo ponderado de medição que não pertencem à Máxima Árvore Geradora Observável (MAGO), procurando encontrar arestas que cumpram com as condições de independência em ambos os matróides.

A primeira condição para isto é que a aresta  $e_i$  não forme circuito com as arestas que já pertencem à máxima árvore geradora observável. Se a aresta  $e_i$  não faz parte de um circuito e tem um peso  $s_1$  igual ao valor de  $m_1$ , então ela é armazenada no conjunto  $X_1$ . Caso contrário, para cada aresta  $y_i$  do circuito, representada através de um vértice no Grafo ponderado auxiliar de medição, é criada uma aresta direcionada de  $e_i$  a  $y_i$ .

A segunda condição é verificar a existência de outra aresta  $y$  no conjunto  $I^k$  associada à mesma medida que  $e_i$ . Se não houver tal aresta e se o peso  $s_2(e_i)$  for igual ao valor de  $m_2$ , então  $e_i$  é adicionada ao conjunto  $X_2$ . Caso contrário, é criada uma aresta em  $G_{bm}$  que vai de  $y$  a  $e_i$ .

Existem duas maneiras de adicionar arestas  $e_i$  à M.A.G.O. : quando a aresta  $e_i$  estiver simultaneamente nos conjuntos  $X_1$  e  $X_2$ , ou através da diferença simétrica entre os conjuntos  $I^k$  e  $U_{mín}$ .

No caso em que todas as arestas de  $G_m$  forem percorridas, e nenhuma é adicionada à árvore, é procurado um caminho que conecte os conjuntos  $X_1$  e  $X_2$  no grafo ponderado auxiliar  $G_{bm}$ . Se existir este caminho, determina-se a diferença simétrica entre o conjunto  $I^k$  e o conjunto que contém o caminho mínimo  $U_{mín}$ . Desta maneira se inclui um elemento a mais no conjunto  $I^k$ .

Caso não exista caminho, é calculado o valor de DELTA através do sub-programa denominado COMDEL, modificando-se os pesos  $s_1$  e  $s_2$  dos elementos pertencentes ao conjunto T. O conjunto T é formado por elementos de  $X_2$  e elementos de  $G_m$  que são alcançáveis a partir de  $X_2$ . Com esta modificação dos valores de  $s_1$  e  $s_2$ , são percorridas novamente as arestas  $e_i$  de  $G_m$ . O processo termina quando é encontrada uma MAGO, ou quando o valor de DELTA se torna infinito.

O Fluxograma da Figura 5-3 apresenta o procedimento do subprograma M1M2 que calcula os valores de  $m_1$  e  $m_2$ . Para este fim, são percorridas as arestas  $e_i$  do Grafo de medição  $G_m$ . Através da rotina TPATH, é procurado um caminho que conecta os vértices terminais de  $e_i$ . Caso não exista um caminho, então se armazena o peso  $s_1$  da aresta  $e_i$  em um vetor auxiliar denominado WAUX1. Busca-se então uma aresta  $y$  pertencente a  $I^k$  e associada à mesma medida que  $e_i$ . Se a mesma não existir, então o peso  $s_2$  da aresta  $e_i$  é armazenado no vetor auxiliar WAUX2.

Uma vez percorridas todas as arestas de  $G_m$ , é encontrado o valor máximo dos elementos de WAUX1 e de WAUX2, que resultam em valores de  $m_1$  e  $m_2$ .

O último fluxograma, da Figura 5-4 apresenta o procedimento do sub-programa que calcula o valor de DELTA e atualiza as funções peso  $s_1$  e  $s_2$  para os elementos pertencentes ao conjunto T. O procedimento inicia pela determinação dos valores de Delta1 e Delta2. Para isto, trabalha-se com o matróide do grafo de medição  $M_1$ . Determina-se então o conjunto  $V = T - I$ . Se V for um conjunto vazio, Delta1 e Delta2 assumem valores iguais a infinito. Senão, as arestas  $e_k$  de V são percorridas a procura de um caminho em  $I^k$  que ligue os vértices terminais de  $e_k$ . Se não houver um caminho, então são armazenados nos vetores auxiliares AD2 e AD1 os valores :  $(m_1 - s_1(e_k))$  e infinito, respectivamente. Se houver caminho ligando os nós terminais, encontra-se o conjunto  $R = \{\text{elementos do caminho}\} - \{\text{elementos do conjunto T}\}$ .

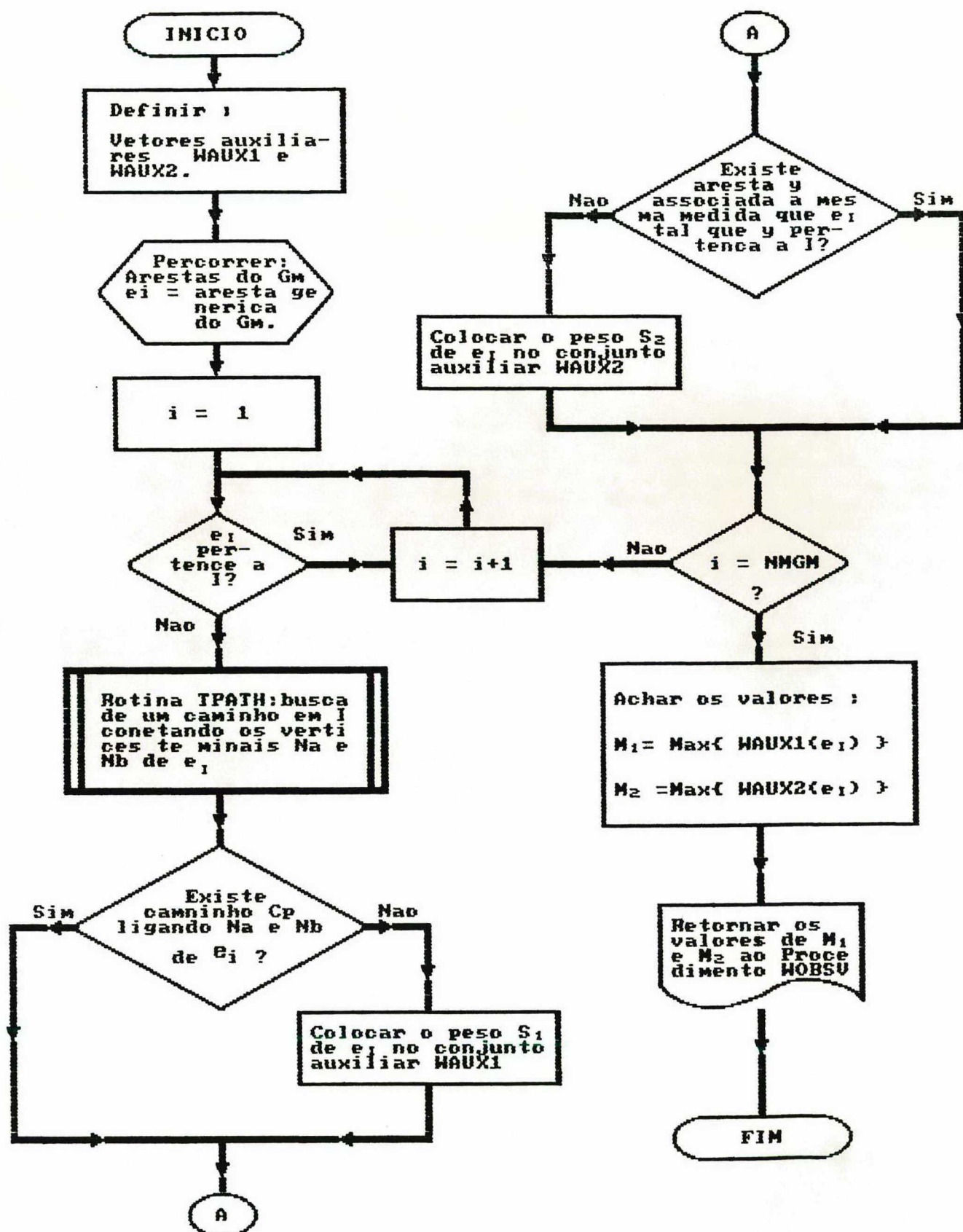
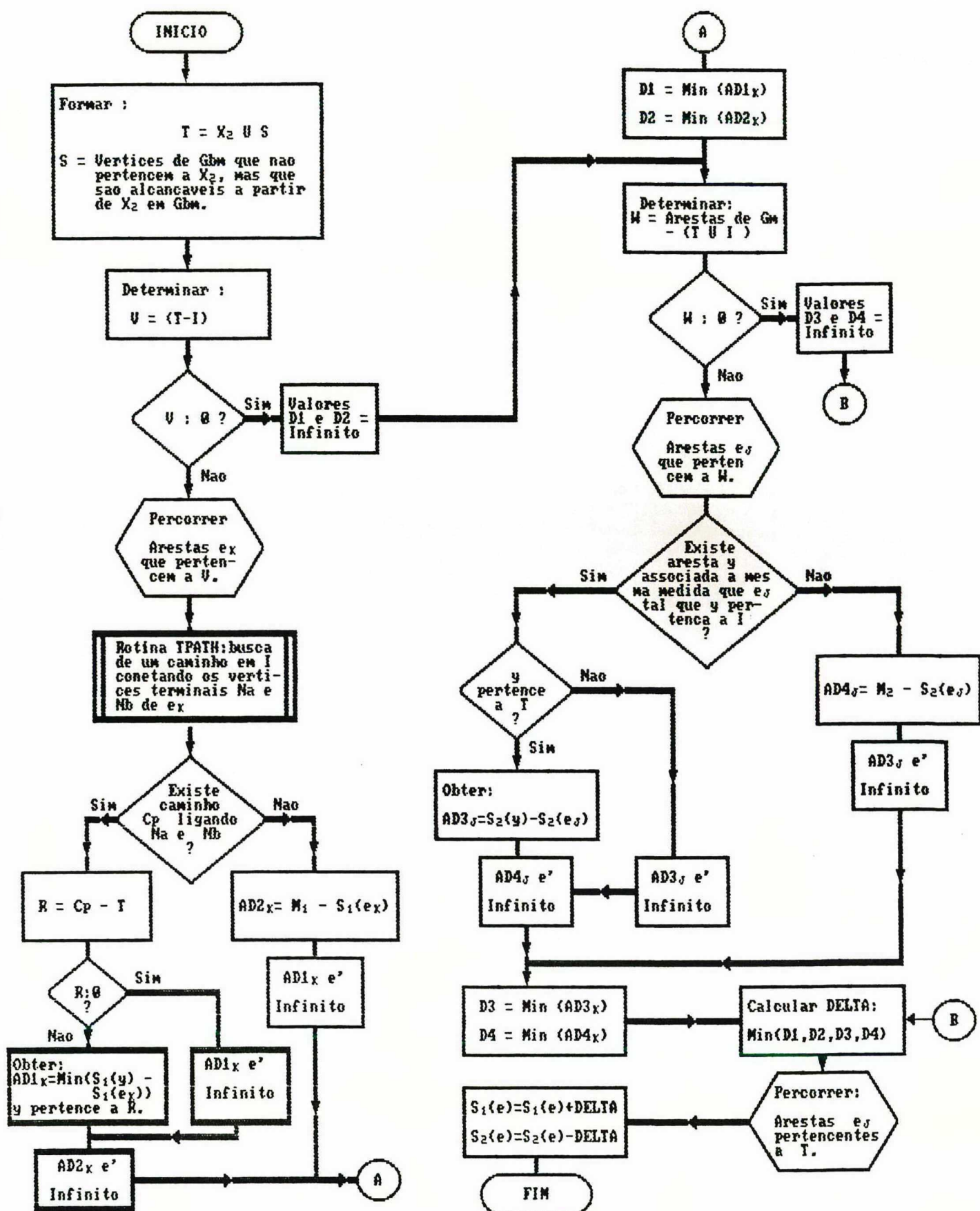


FIGURA 5-3 Fluxograma do Sub-programa M1 M2





5-4 Fluxograma do Sub-programa COMDEL

Se  $R$  for vazio, os vetores auxiliares  $AD1$  e  $AD2$  armazenam valores infinitos. Senão,  $AD1$  é igual ao mínimo valor da diferença dos pesos  $s_1(y)$ , de cada aresta de  $R$ , e o peso da aresta  $e_k$  de  $V$ ;  $AD2$  assume um valor infinito. Uma vez percorridas todas as arestas de  $R$ , é achado o valor mínimo dos pesos armazenados nos conjuntos auxiliares  $AD1$  e  $AD2$ . Esses valores mínimos são os valores de  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$ .

De forma similar à descrita anteriormente, são encontrados os valores de  $\Delta_3$  e  $\Delta_4$ . Desta vez, trabalha-se com o matrôide de partição  $M_2$ . Inicialmente é formado o conjunto  $W = \{\text{arestas de } G_m\} - (T \cup I)$ , onde  $e_j$  é um elemento genérico de  $W$ . A vantagem neste procedimento é que pode existir uma só aresta  $y$  no conjunto independente  $I^k$  que pode estar associada com a aresta  $e_j$  percorrida, o que facilita o cálculo dos valores finais de  $\Delta_3$  e  $\Delta_4$ .

O valor final de  $\Delta$  é igual ao mínimo valor de  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$  e  $\Delta_4$ . Com este valor de  $\Delta$ , são atualizados os pesos  $s_1$  e  $s_2$ , com o que termina o procedimento.

Para proporcionar uma maior eficiência computacional no chamado à rotina  $TPATH$  acionada no subprograma  $M1M2$ , os resultados desta rotina são armazenados em vetores auxiliares, na forma de lista encadeada. Isto ocorre na análise de uma aresta  $e_i$ . Quando  $e_i$  forma caminho com algumas outras arestas de  $I^k$ , então as arestas que fazem parte do caminho são armazenadas em vetores auxiliares na forma de lista encadeada. A informação de existência ou não de um caminho é armazenada em outro vetor auxiliar, evitando assim um novo chamado a  $TPATH$  nos procedimentos posteriores.

Na procura de um caminho, a rotina  $TPATH$  emprega o método denominado "labeling technique", [44],[48] o que uma vez mais ajuda na eficiência computacional. Este resultado é aproveitado para formação do conjunto  $T$ , cujos elementos são os rotulados pela rotina durante o processo de busca [48].



## 5.4 - ALGUNS CRITÉRIOS DE PONDERAÇÃO

A flexibilidade da técnica combinatória permite atribuir pesos às pseudomedidas e informações do Sistema Externo, de acordo com critérios diversos. Alguns critérios possíveis são expostos nos próximos itens.

Em um COS, existe um banco de dados que armazena diversas informações do sistema, tais como : dados de parâmetros da rede, telemidas do Sistema Interno, pseudomedidas e informações do Sistema Externo, etc. Já que serão atribuídos pesos associados a estas informações, evidentemente é fácil estender o banco de dados de modo a incluir estas quantidades. Portanto, a cada atualização destas informações, é fácil também atualizar os pesos a elas associados.

A seguir são apresentados alguns critérios para ponderar as informações do Sistema Externo.

### 5.4.1 - MEDIDAS PERTENCENTES A DIFERENTES VARREDURAS NO TEMPO : PONDERAÇÃO POR IDADE

No Sistema Interno, são realizadas varreduras das unidades terminais remotas (RTUs) a intervalos de tempo determinados. Assim, a cada intervalo de tempo as quantidades monitoradas são atualizadas no COS do Sistema Interno. O COS também recebe dados e informações sobre pseudomedidas do Sistema Externo, através da troca de informações com os COS's das companhias vizinhas. Estes dados geralmente chegam com uma defasagem de tempo em relação às telemidas do Sistema Interno, o que resulta na existência de informações menos recentes. Uma coordenação entre COS's para fazer varreduras e manter o intercâmbio de informações de forma coordenada não é uma proposição fácil de se implementar. A seguir, é proposta uma solução prática para ajudar a resolver o problema:

Propõe-se que a cada pseudomedida e informação provenientes das diversas companhias que formam o Sistema Externo seja associado um peso no COS do Sistema Interno. Estas quantidades analógicas são atualizadas de acordo com as varreduras feitas pelas outras companhias, ou a cada periodo de tempo em que elas são fornecidas ao COS do Sistema Interno. Portanto o peso destas informações seria também modificado de acordo ao tempo de varredura. Propõe-se que os pesos das informações do Sistema Externo sejam atualizados a cada vez que exista uma varredura nas quantidades monitoradas (telemedidas) do Sistema Interno. Isto pode ser melhor explicado com o seguinte exemplo:

Seja dez segundos o tempo de varredura para as telemedidas do Sistema Interno e 15 segundos o tempo no qual são atualizadas as informações provenientes de uma companhia do Sistema Externo (ver Figura 5-5).

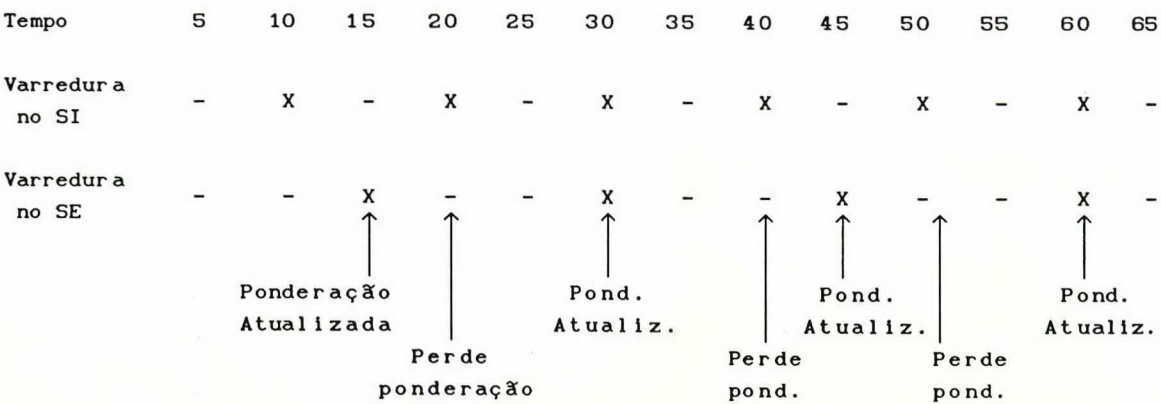


Figura 5-5 Atualização das Ponderações das Informações do SE.

A cada trinta segundos ambas as atualizações são coincidentes no tempo, portanto, as ponderações atribuidas as informações do Sistema Externo são as maiores do que as poderações atribuídas em outros intervalos de tempo. Passados dez segundos, as telemedidas do Sistema Interno são atualizadas e as informações do Sistema Externo permanecem inalteradas. Isto produz uma perda

de ponderação destas informações. Portanto, a cada dez segundos o conjunto total de informações de todas as concessionárias que fazem parte do Sistema Externo terá uma atualização dos seus pesos junto com as telemedidas do Sistema Interno.

Desta maneira é possível contornar facilmente o problema de defasagem de tempo nas informações do Sistema Externo, provocadas pelos diferentes tempos de varredura nas companhias do sistema interligado.

#### 5.4.2 - PONDERAÇÃO POR TIPO DE MEDIDA

Entre os diversos tipos de medidas e informações que chegam ao COS do Sistema Interno tem-se : fluxos de potência nas linhas de transmissão, injeções de potência nas barras do sistema e medidas de tensão.

Na construção do grafo ponderado de medição  $G_m$  (ver seção 5.3.1), as medidas de injeção de potência criam um número maior de arestas do que as medidas de fluxo. Este fato possibilita que uma medida de injeção possa ser associada, a um ramo qualquer incidente na barra onde a medida de injeção é monitorada, fato que não acontece com uma medida de fluxo (ver Figura 5-6).

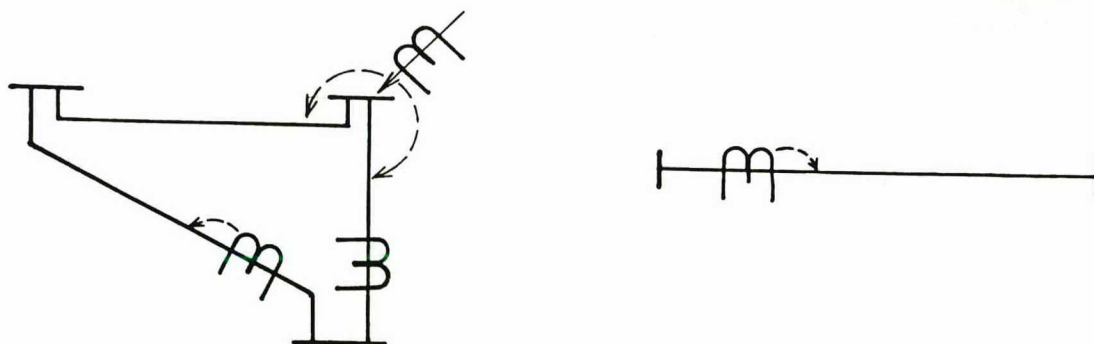


Figura 5-6 Medidas associadas a ramos do Grafo da Rede



Isto faz com que uma medida de injeção se torne mais importante que uma medida de fluxo, no processo de extensão da observabilidade do Sistema Interno ao Sistema Externo. Por este motivo, podem-se atribuir pesos maiores às medidas de injeção de potência.

#### 5.4.3 - PONDERAÇÃO DE MEDIDAS POR TIPO DE BARRA A QUE PERTENCEM

Entre os diversos tipos de barras no sistema de potência estão : barras de folga, barras do tipo PV, barras de carga, barras PV com limitação de potência reativa, barras de carga com limitação da magnitude de tensão, etc.

Para a obtenção de melhores resultados na estimação de estados, é importante enfatizar os limites de tensão nas barras de carga com tensão especificada do Sistema Externo, e também enfatizar os limites de potência reativa gerada nas barras PV do Sistema Externo. A ênfase de limites nestes tipo de barras é realizado através do artifício da troca do tipo de barra, tal qual acontece num fluxo de potência, isto é, mudar o tipo de barra quando existe uma violação de limite. Este esquema garante a manutenção da criticidade das medidas do Sistema Externo [14].

Seja por exemplo a ocorrência de uma violação no limite de potência reativa de uma barra do tipo PV. Então a pseudomedida  $V = V^{ps}$  é substituída pela quantidade  $Q = Q^{lim}$ , onde  $Q^{lim}$  é o limite atingido. Portanto, uma pseudomedida de tensão é retirada para que uma quantidade de potência reativa (limite atingido) seja adicionada, mantendo-se assim, a criticidade do conjunto de pseudomedidas e informações do Sistema Externo.

Para fazer este chaveamento entre a pseudomedida e a quantidade que atingiu o limite, é desejável que as barras de geração estejam monitoradas por injeções de potência ativa e principalmente por magnitudes de tensão. O mesmo é desejado para as barras de carga que têm valores de tensão especificados, o

chaveamento acontece entre uma pseudomedida de injeção de potência reativa e o limite de tensão especificado. Portanto, estas quantidades são candidatas a ganhar uma ponderação maior do que as outras.

Um objetivo importante a se cumprir na modelagem explícita do Sistema Externo utilizando um conjunto de pseudomedidas e informações críticas, é a de realizar um balanço perfeito nas barras de fronteira [1]. Para isto ser possível, é necessário que as injeções de potência na fronteira façam parte do conjunto de "medidas" críticas do Sistema Externo. Portanto, é desejável atribuir a estas quantidades uma ponderação maior a qualquer outra pseudomedida ou informação do Sistema Externo.

Neste trabalho foi utilizado o seguinte esquema de ponderação para as quantidades pertencentes aos diferentes tipos de barras do Sistema Externo:

Barras PV com limitação de potência reativa :

P ---> 80                      Q ---> 30                      V ---> 101

Barras de carga com tensão especificada :

P ---> 80                      Q ---> 80                      V ---> 30

Barras de carga :

P ---> 50                      Q ---> 50

Magnitudes de tensão :

V ---> 50

Injeções nas barras de fronteira:

P ---> 150                      Q ---> 150

As telemedidas do Sistema Interno foram ponderadas com peso igual a 100. Isto para todo tipo de medida.

## 5.5 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO A SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Considere um Sistema de Potência que tenha como telemedidas, pseudomedidas e informações as apresentadas no plano de medição da Figura 5-7. Seja o Sistema Interno formado pelas barras 5, 2 e 4 sendo as duas últimas barras de fronteira. Finalmente, seja o grafo ponderado de medição do sistema interconectado o grafo da Figura 5-8. As ponderações usadas neste exemplo foram escolhidas arbitrariamente para facilitar sua compreensão.

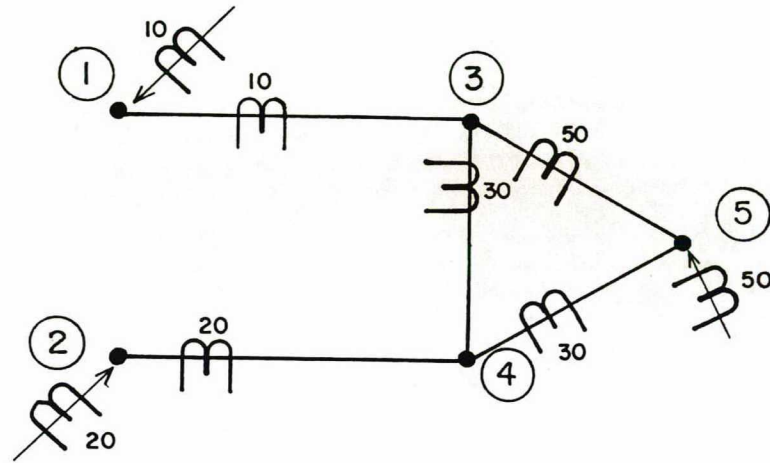


Figura 5-7 Plano de Medição M.

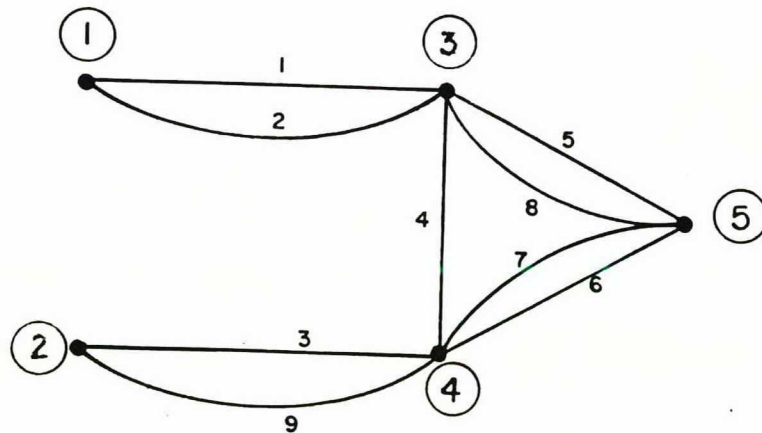


Figura 5-8 Grafo Ponderado de Medição Gm.

Etapa 1 :

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$	$e_9$
$s_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$s_2$	10	10	20	30	50	50	30	40	20

$m_1 = 0$
$m_2 = 50$

$$I = \emptyset$$

$$k = 1$$

$$m_1 = \text{Máx} [ s_1(x) : x \in I, I+x \in \mathfrak{J}_1 ]$$

$$m_1 = \text{Máx. peso de } \{e_1, \dots, e_9\} = 0$$

$$m_2 = \text{Máx} [ s_2(x) : x \in I, I+x \in \mathfrak{J}_2 ]$$

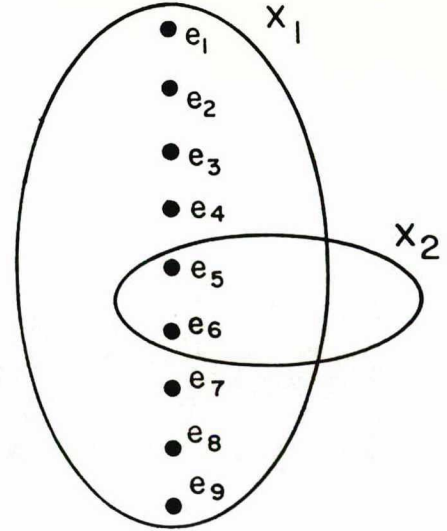
$$m_2 = \text{Máx. peso de } \{e_1, \dots, e_9\} = 50$$

$$X_1 = \{ x : x \notin I, I+x \in \mathfrak{J}_1, s_1(x) = m_1 \}$$

$$X_1 = \{e_1, \dots, e_9\}$$

$$X_2 = \{ x : x \notin I, I+x \in \mathfrak{J}_2, s_2(x) = m_2 \}$$

$$X_2 = \{e_5, e_6\}$$



Caso 1

Os elementos  $e_5$  e  $e_6$  fazem parte da intersecção dos conjuntos  $X_1$  e  $X_2$ . O elemento  $e_5$  é escolhido para fazer parte do conjunto  $I$ . Não são alterados os pesos dos elementos.

Etapa 2 :

$$k = 1$$

$$I = \{e_5\}$$

$$m_1 = 0$$

$$m_2 = 40$$

$m_1 = 0$
$m_2 = 40$

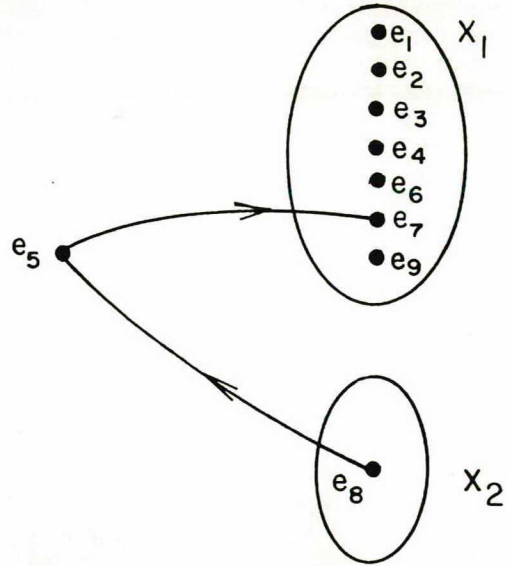


$$X_1 = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_6, e_7, e_9\}$$

$$X_2 = \{e_8\}$$

Caso 1

$$U_{\min} = \{e_8, e_5, e_6\}$$



Existe um caminho conectando os conjuntos  $X_1$  e  $X_2$ . Fazer a diferença simétrica entre  $U_{\min}$  e  $I^1$ . Então :  $I^2 = I^1 \Delta U_{\min} = \{e_6, e_8\}$ . Também neste caso não são modificados os pesos.

Etapa 3 :

$$k = 2$$

$m_1 = 0$
$m_2 = 30$

$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta$
$\infty$	$\infty$	$\infty$	10	10

$$I^2 = \{e_6, e_8\}$$

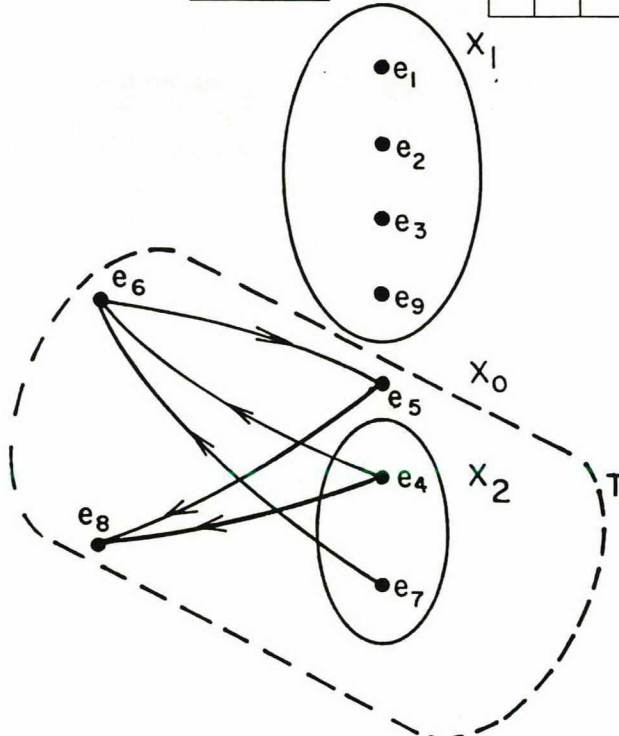
$$X_1 = \{e_1, e_2, e_3, e_9\}$$

$$X_2 = \{e_4, e_7\}$$

$$X_0 = \{e_5\}$$

Caso 2

$$T = \{e_4, e_7, e_8, e_6, e_5\}$$



Como não existe um caminho conectando  $X_1$  com  $X_2$ , então determina-se



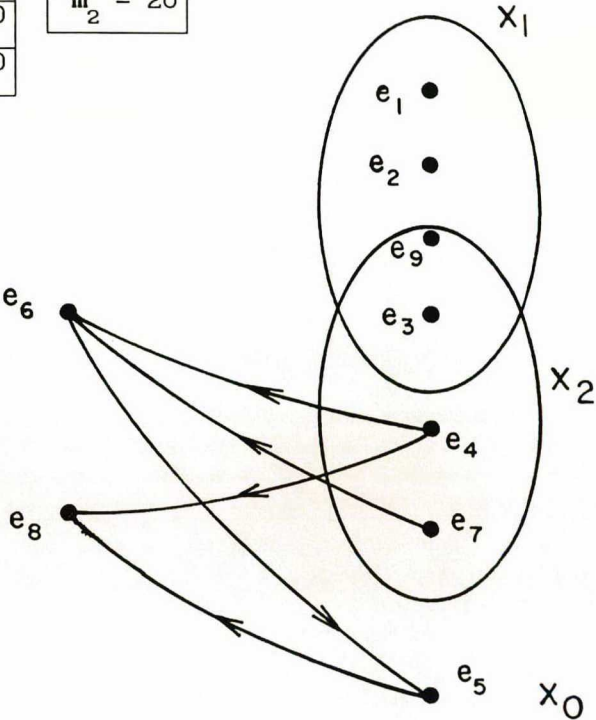
o conjunto T. Calcula-se o valor de  $\delta$  e modificam-se os pesos dos elementos pertencentes a T.

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$	$e_9$
$s_1$	0	0	0	10	10	10	10	10	0
$s_2$	10	10	20	20	40	40	20	30	20

$m_1 = 0$
$m_2 = 20$

$T = \{e_4, e_7, e_8, e_6, e_5\}$   
 $X_1 = \{e_1, e_2, e_3, e_9\}$   
 $X_2 = \{e_3, e_4, e_7, e_9\}$   
 $X_0 = \{e_5\}$

Caso 1



Os elementos  $e_3$  e  $e_9$  são comuns a  $X_1$  e a  $X_2$ . Escolhe-se  $e_3$  para fazer parte do conjunto independente I.

Etapa 4 :

$k = 3$

$m_1 = 0$
$m_2 = 20$

$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta$
$\infty$	$\infty$	$\infty$	10	10

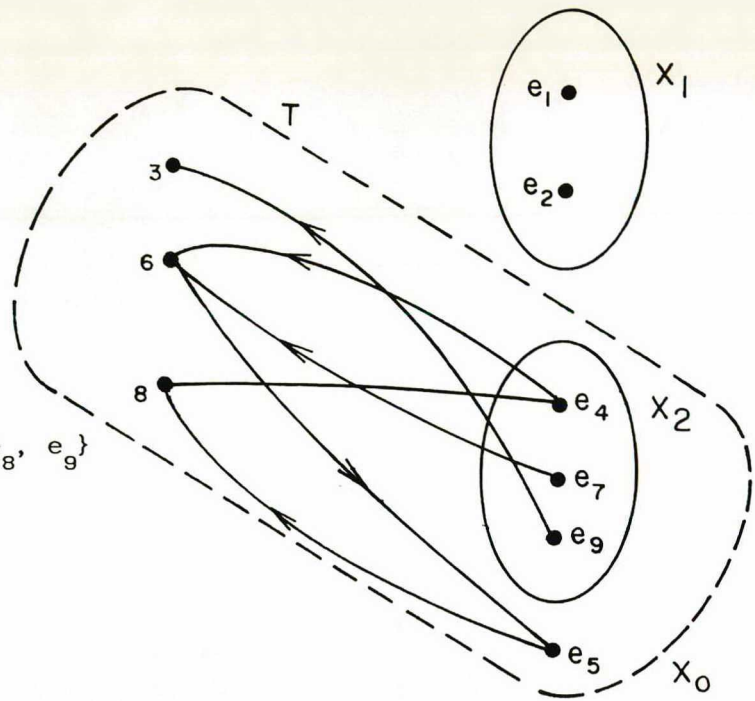
$I^3 = \{e_3, e_6, e_8\}$   
 $X_1 = \{e_1, e_2\}$

$$X_2 = \{e_4, e_7, e_9\}$$

$$X_0 = \{e_5\}$$

Caso 2

$$T = \{e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9\}$$



Novamente acha-se  $T$ , calcula-se  $\delta$  e modificam-se os pesos :

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$	$e_9$
$s_1$	0	0	10	20	20	20	20	20	10
$s_2$	10	10	10	10	30	30	10	20	10

$m_1 = 0$
$m_2 = 10$

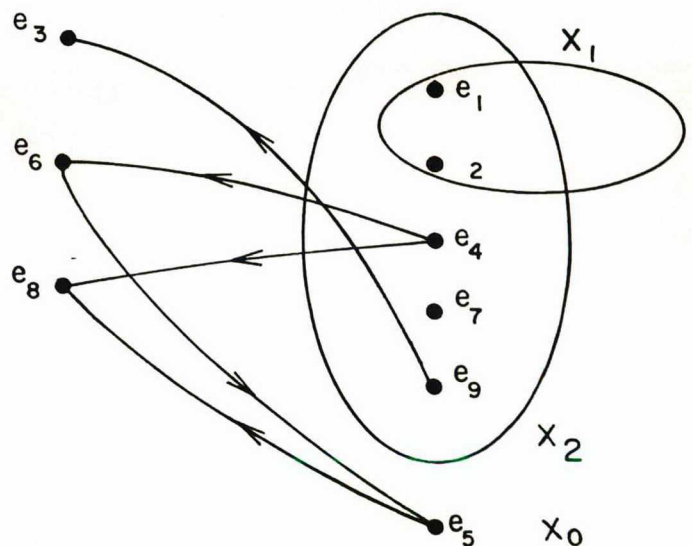
$$I^3 = \{e_6, e_8, e_9\}$$

$$X_1 = \{e_1, e_2\}$$

$$X_2 = \{e_1, e_2, e_4, e_7, e_9\}$$

$$X_0 = \{e_5\}$$

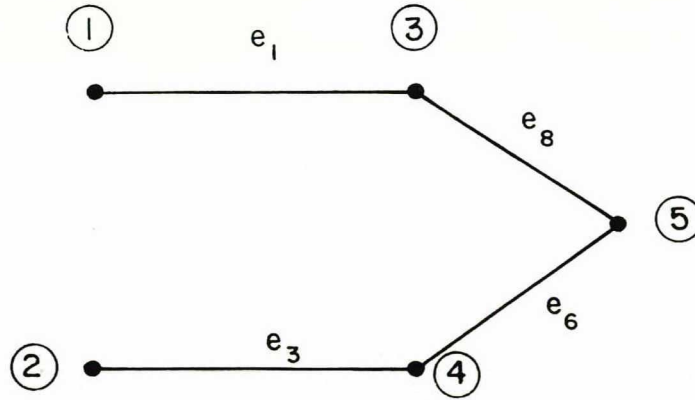
Caso 1



A intersecção dos conjuntos  $X_1$  e  $X_2$  está formada por  $e_1$  e  $e_2$ , e o elemento  $e_1$  é incluído no conjunto  $I^3$ . Mas, como o novo conjunto independente

$I^4$  tem máxima cardinalidade, chegou-se ao final do processo. O conjunto resultante  $I^4$  é independente nos matróide  $M_1$  e  $M_2$  e tem máxima cardinalidade e máximo peso.

A máxima árvore geradora observável é apresentada na Figura 5-9.



$$I^4 = \{ e_1, e_3, e_6, e_8 \} \quad \text{Peso} = 120$$

Figura 5-9 Máxima Árvore Geradora Observável

As medidas seleccionadas correspondentes às arestas da MAGO são :

- Med. de fluxo (2-5)      aresta  $e_8$
- Med. de injeção 5      aresta  $e_6$
- Med. de fluxo (1-2)      aresta  $e_1$
- Med. de fluxo (3-4)      aresta  $e_3$

As medidas de fluxo (1-2) e (3-4) pertencem ao Sistema Externo.

Portanto o conjunto de medidas a ser fornecido ao estimador de estados são :

- Medidas de fluxo (1-2) e (3-4) para o Sistema Externo, estas são medidas críticas,
- Medidas de fluxo (2-4), (2-5) e (4-5) e medida de injeção 5 para o Sistema Interno.

Através deste exemplo ilustrativo, foi apresentada uma possível aplicação do algoritmo combinatório, baseado na intersecção de matróides ponderados, a Sistema Elétricos de Potência. Esta aplicação tem por finalidade seleccionar um conjunto de pseudomedidas críticas que modelem explicitamente o Sistema Externo. Este método fornece uma árvore geradora observável máxima que inclui a maior parte do sistema interconectado. As medidas associadas a estes ramos da árvore e as restantes telemidas do Sistema Interno são fornecidas posteriormente a um estimador de estados.

## CAPÍTULO 6

### RESULTADOS E SIMULAÇÕES

#### 6.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo são apresentados os resultados dos diversos testes e simulações realizados ao longo do trabalho. Foram escolhidos como sistemas-teste os sistemas de 14 e 30 barras do IEEE e o sistema reduzido (500 KV - 230 KV) de 48 barras da Eletrosul-Celesc [55]. Os testes realizados podem ser agrupados conforme segue :

- Testes para o algoritmo de seleção de pseudomedidas e informações.
- Testes para estimação de estados do sistema interconectado, com o conjunto de telemedidas do Sistema Interno e as pseudomedidas selecionadas para o Sistema Externo.
- Testes para Análise de Contingências.

A organização do Capítulo é a seguinte : a Seção 6.2 apresenta resultados dos testes do algoritmo de seleção de pseudomedidas. A Seção 6.3 apresenta resultados da estimação de estados para os sistemas-teste. A Seção 6.4 mostra alguns resultados da Análise de Contingências para os sistemas-teste considerados. Finalmente na Seção 6.5 encontram-se as considerações finais.



## 6.2 - RESULTADOS DA SELEÇÃO DO CONJUNTO MÍNIMO DE PSEUDOMEDIDAS E INFORMAÇÕES PARA O SISTEMA EXTERNO

### 6.2.1 - CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Antes da aplicação do algoritmo de seleção de pseudomedidas e informações do Sistema Externo, é necessário definir quais são as informações que estão disponíveis para cada sistema-teste.

Cria-se um plano de medição que possui informações suficientes para tornar o Sistema Global (que inclui tanto o Sistema Interno como o Externo) não apenas observável, mas também se possível, livre da presença de medidas e conjuntos críticos.

O projeto deste plano foi realizado com ajuda do programa PLAMED [38, 42], programa que determina as medidas e conjuntos críticos, assim como faz a alocação de pseudo-medidas. Supõe-se que, num instante determinado, os dados disponíveis no banco de dados são os correspondentes ao plano de medição elaborado. A cada um destes dados é atribuído um peso que está determinado pelo tipo de medida (injeção, fluxo, tensão), pelo tipo de barra a que a medida pertence (PQ, PV, etc ) e pelo tempo de atualização da mesma, que depende da última varredura em que a medida foi monitorada. O conjunto de medidas junto com os pesos atribuídos constitui o conjunto de informações disponíveis. (Salienta-se que o termo "peso" é aqui empregado no contexto de priorização para seleção de medidas e não como ponderação do valor das medidas para a estimação de estados propriamente dita).

É desejável que as injeções de potência nas barras de fronteira sejam monitoradas para fechar o balanço de potência. Para que estas injeções estejam presentes no conjunto de "medidas" a ser selecionado, são atribuídos pesos mais elevados a estas informações. O artifício de representar às

injeções de fronteira como fluxos nas linhas de transmissão correspondentes ao Sistema Externo foi empregado para evitar que estas medidas sejam atribuídas a linhas pertencentes ao Sistema Interno. Desta maneira, evita-se que as pseudomedidas selecionadas do Sistema Externo se tornem não críticas quando são adicionadas as telemidas restantes do Sistema Interno.

A medida do tempo computacional foi realizada executando o programa num computador IBM 3090. O tempo obtido corresponde ao tempo total de processamento, que inclui desde a leitura de dados até a impressão dos resultados.

A saída fornecida pelo algoritmo proposto está composta de um conjunto seletivo de medidas para o sistema interconectado que, observadas as considerações seguintes, devem ser submetidas ao estimador de estados, para a posterior realização da Análise de Contingências :

As pseudomedidas selecionadas do Sistema Externo são alocadas ao sistema global, para logo em seguida serem acrescidas as telemidas restantes do Sistema Interno.

Deve-se ter cuidado com algumas telemidas do Sistema Interno que possam comprometer a criticidade das pseudomedidas do Sistema Externo. Isto por exemplo, pode-se fazer executando o programa PLAMED [38, 42] para assim detectar alguma pseudomedida crítica do Sistema Externo que tenha sido comprometida. Se este for o caso, ela geralmente aparece fazendo parte de um conjunto crítico e o problema se resolve com a retirada de qualquer telemida do Sistema Interno que faz parte deste conjunto crítico.

### 6.2.2 - SISTEMA-TESTE DE 14 BARRAS DO IEEE

Para efeito de simulação e teste dos algoritmos propostos, o sistema de 14 barras do IEEE foi considerado como sendo composto de um Sistema Interno

e um Sistema Externo. A divisão em ambos os sistemas está detalhada a seguir e é ilustrada na Figura A-1 do Apêndice A :

- As barras que fazem parte do Sistema Interno são : 1,2,3,4 e 5, sendo as restantes pertencentes ao Sistema Externo.
- As barras de fronteira são : 4, 5.
- As barras PV do Sistema Global são as seguintes : 2, 3, 6, 8.
- As barras PV do Sistema Externo com controle de limites de potência reativa são : 6, 8.
- As barras de fronteira são : 4, 5.
- As barras PV do Sistema Global são as seguintes : 2, 3, 6, 8.
- As barras PV do Sistema Externo com controle de limites de potência reativa são : 6, 8.
- As barras PQ são : 4, 5, 9, 10, 13, 14.
- As barras PQ com controle de limites de tensão são : 11,12.
- Barra de transferência : 7.
- A barra de folga é : 1 .

O conjunto de informações disponíveis pertencentes ao plano de medição de referência, junto com seus respectivos pesos atribuídos que fazem parte do banco de dados, são apresentados na Tabela 6.1. Todas as telemedidas do Sistema Interno têm um peso igual a 100. As ponderações para as pseudomedidas do Sistema Externo são efetuadas segundo critérios da seção 5.4. As pseudomedida de injeção ou fluxo de potência que são menos atuais, ganham um peso menor (20 para as pseudomedidas de injeção e 10 para as pseudomedidas de fluxo de potência). As barras de transferência (injeção zero) do Sistema Externo têm peso igual a 100.



Tabela 6.1(A) Pseudomedidas (SE) e telemedidas (SI) de injeção de potência e tensões nas barras, com suas respectivas ponderações, Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.

Barra	Medidas (Peso)		
	P	Q	V
Sistema Interno			
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	100
Sistema Externo			
6	80	30	101
7	100	100	-
8	80	30	101
9	20	20	-
10	20	20	-
11	80	80	-
12	80	80	-
13	20	20	-
14	20	20	-

Tabela 6.1(B) Pseudomedidas (SE) e telemedidas (SI) de fluxo de potência nas linhas de transmissão, com suas respectivas ponderações. Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.

Linha	T	U
Sistema Interno		
1 (1-2)	100	100
3 (2-3)	100	100
4 (2-4)	100	100
5 (2-5)	100	100
6 (3-4)	100	100
7 (4-5)	100	100
Sistema Externo		
9 (4-9)	150	150
10 (5-6)	150	150
11 (6-11)	40	40
12 (6-12)	40	40
14 (7-8)	40	40
15 (7-9)	40	40
16 (9-10)	40	40

Os resultados da aplicação do algoritmo topológico proposto ao conjunto de informações acima apresentado se encontra na Tabela 6.2, tanto para a parte P-Delta, como para a Q-V.

Tabela 6.2 Pseudomedidas (SE) e telemedidas do Sistema Global de 14 Barras do IEEE selecionadas pelo Algoritmo.

P	barra	6	7	8	9	11	12		
	peso	80	100	80	20	80	80		
Q	barra	7	9	11	12	-	-		
	peso	100	20	80	80	-	-		
V	barra	6	8	-	-	-	-		
	peso	100	101	-	-	-	-		
T	linha	1	3	5	6	9	10	11	-
	peso	100	100	100	100	150	150	40	-
U	linha	1	3	5	6	9	10	12	16
	peso	100	100	100	100	150	150	40	40

Os resultados mostram nas figuras A-2 e A-3 do Apêndice A as MAGOs

para ambos os subproblemas P- $\delta$  e Q-V. O somatório dos pesos das pseudomedidas e telemedidas selecionadas é máximo sendo  $\sum W_{P_i}$  ( $i=1,13$ ) igual a 1080 para o subproblema P- $\delta$  e  $\sum W_{Q_i}$  ( $i=1,14$ ) igual a 1262 para a parte Q-V respectivamente. As medidas de fluxo nas linhas 9 e 10 correspondem (pelo artifício apresentado na seção 6.2.1) às injeções de potência nas barras de fronteira 4 e 5 respectivamente, isto ajuda a manter a criticidade das medidas do Sistema Externo e permite o uso de quantidades monitoradas na fronteira.

### 6.2.3 - SISTEMA-TESTE DE 30 BARRAS DO IEEE

Como no caso do sistema-teste anterior, para efeitos de simulação e teste dos algoritmos, faz-se a divisão do sistema de 30 barras do IEEE em dois subsistemas: o Sistema Interno e o Sistema Externo (ver Figura B-1 do Apêndice B). A seguir está detalhada a divisão mencionada :

- As barras que fazem parte do Sistema Interno são : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. As restantes pertencem ao Sistema Externo.
- As barras de fronteira são : 4, 6.
- As barras PV do Sistema Global são : 1, 2, 5, 11, 13.
- As barras PV do Sistema Externo com controle de limites de potência reativa são : 11, 13.
- As barras PQ são : 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 19, 20, 23, 24, 26, 29, 30.
- As barras PQ com controle de limites de tensão são : 14, 21.
- As barras de transferência são : 9, 22, 25, 27, 28.
- A barra de folga é : 1.

O conjunto de informações disponíveis pertencentes ao plano de medição de referência e seus pesos atribuídos são apresentados nas Tabelas 6.3(A) e 6.3(B).

Tabela 6.3(A) Pseudomedidas (SE) e telemedidas (SI) de injeção de potência e tensões nas barras, com suas respectivas ponderações. Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.

Barra	Medidas (Peso)		
	P	Q	V
Sistema Interno			
1	100	100	100
2	100	100	100
3	100	100	-
5	100	100	100
7	100	100	-
Sistema Externo			
8	80	20	101
9	100	100	-
10	50	50	-
11	80	20	101
12	20	20	-
13	80	20	101
14	80	80	-
15	50	50	-
16	20	20	-
17	20	20	-
18	50	50	-
19	50	50	-
20	50	50	-
21	80	80	-
22	100	100	-
23	20	20	-
24	50	50	-
25	100	100	-
26	50	20	-
27	100	100	-
28	100	100	-
29	20	20	-
30	50	50	-

*Tabela 6.3(B) Pseudomedidas (SE) e telemedidas (SI) de fluxo de potência nas linhas de transmissão, com suas respectivas ponderações. Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.*

Linha (De-Para)	Medidas e Pesos	
	T	U
Sistema Interno		
1 (1-2)	100	100
2 (1-3)	100	100
3 (2-4)	100	100
5 (2-5)	100	100
6 (2-6)	100	100
7 (4-6)	100	100
9 (6-7)	100	100
Sistema Externo		
10 (6-8)	40	40
11 (6-9)	150	150
12 (6-10)	40	40
13 (9-11)	40	40
14 (9-10)	40	40
15 (4-12)	150	150
16 (13-12)	40	40
17 (14-12)	40	40
18 (12-15)	40	40
19 (16-12)	40	40
20 (14-15)	10	10
22 (15-18)	10	10
25 (10-20)	40	40
26 (10-17)	40	40
27 (10-21)	40	40
28 (10-22)	40	40
30 (15-23)	40	40

O resultado da aplicação do algoritmo de interseção de matróides ponderados ao conjunto de informações disponíveis apresentado acima se encontra Tabela 6.4.



Tabela 6.4 Pseudomedidas (SE) e telemedidas do Sistema Global de 30 Barras do IEEE selecionadas pelo Algoritmo.

P	barra	8	9	10	11	13	14	15	18	19	20	21	22
	peso	80	100	50	80	80	80	50	50	50	50	80	100
Q	barra	9	10	14	15	18	19	20	21	22	24	25	26
	peso	100	50	80	50	50	50	50	80	100	50	100	50
P	barra	24	25	26	27	28	30						
	peso	50	100	50	100	100	50						
Q	barra	27	28	30	-	-	-						
	peso	100	100	50	-	-	-						
V	barra	1	8	11	13	-	-	-	-	-	-	-	-
	peso	100	101	101	101	-	-	-	-	-	-	-	-
T	linha	1	2	3	5	6	9	10	11	15	19	30	
	peso	100	100	100	100	100	100	40	150	150	40	40	
U	linha	1	2	3	5	6	9	11	15	19	28	30	
	peso	100	100	100	100	100	14	150	150	40	40	40	

De forma similar ao realizado no sistema-teste anterior, são apresentadas nas Figuras B-2 e B-3 as MAGOs encontradas para os subproblemas P- $\delta$  e Q-V. Se os pesos foram adequadamente escolhidos segundo os critérios do usuário, isto significa que as medidas que as compõem as MAGOs são as de maior confiabilidade dentre as disponíveis no banco de dados do COS, e fazem o Sistema Externo observável. O somatório dos pesos das pseudomedidas e telemedidas selecionadas é máximo, sendo  $\sum W_{P_i}$  ( $i=1,29$ ) igual a 2320 para a parte ativa e  $\sum W_{Q_i}$  ( $i=1,30$ ) igual a 2420 para a parte reativa. As medidas de fluxo nas linhas 11 e 15 correspondem às medidas de injeção de potência nas barras de fronteira 4 e 6 respectivamente.

A informação fornecida por uma barra de transferência do Sistema Externo é muito valiosa, já que o valor das injeções neste tipo de barra é nulo. Esta informação que é de alta confiabilidade, permite que sejam atribuídos pesos mais elevados para tais pseudomedidas, o que ajuda na

obtenção de informações mais confiáveis do Sistema Externo.

#### 6.2.4 - SISTEMA-TESTE DE 48 BARRAS DO SISTEMA SUL

Como no caso dos sistemas-teste anteriores, para efeitos de simulação e teste dos algoritmos, faz-se a divisão do sistema reduzido de 48 barras da Eletrosul-Celesc em dois subsistemas: o Sistema Interno e o Sistema Externo (ver Figura C-1 do Apêndice C). A seguir se apresenta a divisão do sistema global :

- As barras que fazem parte do Sistema Interno são : 20, 21, 28, 30, 31, 36, 37, 38, 39, 45, 46, 47. As barras restantes pertencem ao Sistema Externo.
- As barras de fronteira são : 20, 30, 47.
- As barras PV do Sistema Global são : 1, 6, 24, 25, 26, 33, 34, 38, 39, 44, 45.
- As barras PQ são : 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21, 23, 27, 28, 29, 31, 35, 36, 41, 43, 46, 47, 48.
- As barras PQ com limitação de tensão são : 5, 14, 17, 27.
- As barras onde estão conectados reatores o capacitores são : 1, 5, 11, 23, 32, 40.
- As barras de transferência são : 12, 18, 19, 22, 30, 37, 42.
- A barra de folga é : 25.

O conjunto de informações disponíveis pertencentes ao plano de medição de referência, junto com seus respectivos pesos atribuídos que fazem parte do banco de dados, são apresentados nas Tabela 6.5 (A) e 6.5(B).

Tabela 6.5(A) Pseudomedidas (SE) e telemedidas (SI) de injeção de potência e tensões nas barras, com suas respectivas ponderações. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc.

Barra	Medidas (Peso)		
	P	Q	V
Sistema Interno			
21	100	100	-
28	100	100	-
31	100	100	-
36	100	100	-
38	100	100	100
39	100	100	100
45	100	100	100
46	100	100	-
Sistema Externo			
1	80	80	101
2	50	50	-
3	50	50	-
5	80	80	30
6	80	30	101
7	50	50	-
8	50	50	-
11	100	50	-
12	100	100	-
13	20	20	-
14	80	80	30
15	20	50	-
16	50	50	-
17	80	80	30
18	100	100	-
19	100	100	-
21	100	100	
22	100	-	-
23	50	50	-
24	80	30	101
26	80	30	101



<i>Barra</i>	<i>P</i> ( <i>peso</i> )	<i>Q</i> ( <i>peso</i> )	<i>V</i> ( <i>peso</i> )
27	80	80	30
28	100	100	-
29	20	20	-
32	100	50	-
33	80	30	101
34	80	30	101
35	50	50	-
40	100	50	-
41	50	50	-
42	100	100	-
43	50	50	-
44	80	30	101
48	50	50	-

Tabela 6.5(B) Pseudomedidas (SE) e telemedidas (SI) de fluxo de potência nas linhas de transmissão, com suas respectivas ponderações. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc.

Linha (De-Para)	Medidas e Pesos	
	T	U
3 (2-9)	10 *	10 *
4 (3-4)	40 *	40 *
6 (4-9)	40	40
7 (5-10)	40	40
8 (6-7)	40	40
10 (7-8)	40	40
13 (9-11)	40 *	-
14 (9-12)	40 *	40 *
15 (9-19)	40 *	40 *
16 (6-30)	40 *	40 *
18 (10-14)	40	40
19 (11-22)	40 *	40 *
20 (12-14)	40 *	40 *
22 (14-22)	40 *	40 *
23 (14-26)	40	40
26 (16-18)	40 *	40 *
27 (17-18)	10 *	10 *
28 (18-26)	40 *	40 *
29 (19-20)	150 *	150 *
30 (19-30)	40 *	40 *
31 (20-21) **	100	100
33 (22-23)	40 *	40 *
34 (22-24)	40 *	40 *
35 (22-25)	40 *	40 *
36 (22-32)	40 *	40 *
37 (23-24)	40 *	40 *
40 (27-35)	10	10
42 (29-30)	150 *	150 *
43 (30-37) **	100	100

Linha (De-Para)	Medidas e Pesos	
	T	U
44 (30-39) **	100 *	100
46 (31-37) **	100 *	100 *
49 (32-40)	40	40
51 (33-41)	-	100 *
52 (33-42)	40 *	100 *
55 (37-38) **	100 *	100 *
56 (38-39) **	100 *	-
57 (38-45) **	100 *	-
58 (39-47) **	100 *	100 *
59 (40-43)	40	10 *
61 (42-48)	40 *	40 *
63 (44-48)	-	40 *
64 (45-46) **	100 *	100 *
65 (47-48)	150	150

\* Quantidade monitorada em ambos os extremos da linha.

\*\* Linha de transmissão pertencente ao Sistema Interno.

O resultado da aplicação do algoritmo de interseção de matróides ponderados ao conjunto de informações disponíveis apresentado acima se encontra na Tabela 6.6.

De forma similar ao realizado nos sistemas-teste anteriores, são apresentadas nas Figuras C-2 e C-3 as MAGOs encontradas para os subproblemas P- $\delta$  e Q-V. O somatório dos pesos das pseudomedidas e telemidas selecionadas é máximo, sendo  $\sum WP_i$  ( $i=1,47$ ) igual a 3890 para a parte ativa e  $\sum WQ_i$  ( $i=1,48$ ) igual a 4108 para a parte reativa. As medidas de fluxo nas linhas 29, 42 e 65, correspondem às medidas de injeção de potência nas barras de fronteira 20, 30 e 47 respectivamente.

Tabela 6.6 Pseudomedidas (SE) e telemedidas do Sistema Global de 48 Barras do IEEE selecionadas pelo Algoritmo.

P	barra	1	2	3	5	6	7	8	11	12	14	16	17	18	19	21	22
	peso	80	50	50	80	80	50	50	100	100	80	50	80	100	100	100	100
P	barra	23	24	26	27	28	31	32	33	34	35	40	41	42	43	44	48
	peso	50	80	80	80	100	100	100	80	80	50	100	50	100	50	80	50
Q	barra	1	2	3	5	7	8	11	12	14	15	16	17	18	19	21	23
	peso	80	50	50	80	50	50	50	100	80	50	50	80	100	100	100	50
Q	barra	27	28	31	32	35	38	40	41	42	43	-	-	-	-	-	-
	peso	80	100	100	50	50	100	50	50	100	50	-	-	-	-	-	-
V	barra	1	6	24	25	26	33	34	44	-	-	-	-	-	-	-	-
	peso	101	101	101	101	101	101	101	101	-	-	-	-	-	-	-	-
T	linha	4	8	28	29	31	35	42	43	44	46	55	57	58	64	65	-
	peso	40	40	40	150	100	40	150	100	100	100	100	100	100	100	150	-
U	linha	7	28	29	31	42	43	44	46	51	52	55	58	64	65	-	-
	peso	40	40	150	100	150	104	100	100	100	100	100	100	100	150	-	-

parte ativa e  $\sum Wq_i$  ( $i=1,48$ ) igual a 4108 para a parte reativa. As medidas de fluxo nas linhas 29, 42 e 65, correspondem às medidas de injeção de potência nas barras de fronteira 20, 30 e 47 respectivamente.

## 6.2.5 - ESTATÍSTICA DOS TEMPOS DE COMPUTAÇÃO

A seguir apresentam-se os tempos médios computacionais medidos para os três sistemas-teste num computador IBM 3090.

Tabela 6.7 Tempos médios de Execução para os Sistemas-teste

Sistema	Tempo médio CPU [seg]
14 Barras	0.089
30 Barras	0.401
48 Barras	1.012



## 6.3 - RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

### 6.3.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os resultados do algoritmo de seleção de medidas e as telemedidas restantes do Sistema Interno são fornecidas ao estimador de estados. As pseudomedidas e informações pertencentes ao Sistema Externo são críticas. Desta maneira, evita-se a contaminação da estimação do Sistema Interno.

O estimador de estados empregado para realizar os testes e simulações é um estimador seqüencial-ortogonal baseado nas rotações de Givens [38, 35]. O algoritmo para a estimação de estados usa rotações de Givens sem raízes quadradas que, dentre os métodos ortogonais, é o que exige menor tempo computacional no cálculo das estimativas dos estados. Além disso, este estimador tem a característica de ser numericamente robusto [36].

Os planos de medição para cada um dos três sistemas-teste encontram-se nos Apêndices A, B e C respectivamente. Para efeito de simulação foram considerados dois planos de medição para o Sistema Externo, em cada sistema-teste: o primeiro é resultado das pseudomedidas selecionadas na seção anterior e das telemedidas do Sistema Interno; este plano está formado por vários tipos de medidas tais como : injeções, fluxos e tensões. O segundo plano de medição é elaborado da seguinte maneira : são eliminadas do conjunto de informações disponíveis no banco de dados do COS todas as pseudomedidas de fluxo correspondentes as linhas de transmissão do Sistema Externo. Faz-se uma nova seleção de medidas. Este novo conjunto de medidas selecionado mais as telemedidas do Sistema Interno, formam o segundo plano de medição que tem a característica de estar constituído apenas por medidas de injeção no Sistema Externo.

Para cada um dos planos de medição foram considerados os dois casos

seguintes :

- **Caso 1** : medidas cujos valores foram obtidos diretamente do fluxo de potência (medidas perfeitas),
- **Caso 2** : medidas cujos valores são resultado da introdução de ruído aleatório sobre as quantidades mencionadas.

Com o objetivo de utilizar valores realísticos para os limites de potência reativa nos geradores do Sistema Externo, os limites físicos das máquinas, foram substituídos por valores esperados para os limites de geração de potência reativa ("limites esperados"), na condição de operação considerada. O mesmo conceito foi aplicado às barras de carga com limitação de tensão do Sistema Externo.

Através dos laços de comunicação entre COSs ou mediante as funções de previsão de carga em barras ou procedimentos estatísticos baseado no histórico das últimas estimativas e despacho de geração é possível se obter valores para os "limites esperados" para as barras de geração e barras de carga com limitação de tensão no Sistema Externo.

Com o intuito de obter resultados mais realísticos, similarmente ao realizado no fluxo de potência, emprega-se a técnica de "chaveamento" entre  $Q$  e  $V$  nas barras de geração e carga com tensão controlada do Sistema Externo. Seja por exemplo, a ação de controle descrita a seguir : se a potência reativa calculada no processo de estimação de estados, numa barra de geração do Sistema Externo, ultrapassou os "limites esperados" de geração de potência reativa, esta quantidade é substituída por uma pseudomedida ( $Q$ ) que tem um valor igual ao do limite de potência reativa atingido. Em seguida, e para manter a criticidade do conjunto de pseudomedidas do Sistema Externo, é retirada a pseudomedida de tensão correspondente à barra de geração.

### 6.3.2 - SISTEMA-TESTE DE 14 BARRAS DO IEEE.

Para efeito de uma comparação rigorosa, os resultados dos testes com o conjunto mínimo de pseudomedidas e informações para os dois planos de medição foram comparados com os resultados do fluxo de potência. A Tabela 6.8 apresenta os desvios em MW e MVAR nas injeções de potência ativa e reativa nos diferentes tipos de barras do Sistema Externo e nas barras de fronteira com respeito as injeções ativas e reativas do fluxo de potência, para os dois casos em ambos os planos de medição.

*Tabela 6.8 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Externo. Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.*

N <sup>o</sup>	Tipo de Barra	Plano 1				Plano 2			
		Caso 1		Caso 2		Caso 1		Caso 2	
		$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MAR$
4	Fronteira	0.0	0.0	1.48	0.09	0.0	0.0	1.480	0.090
5	Fronteira	0.0	0.0	0.12	0.12	0.0	0.0	0.120	0.180
6	Geração	0.0	0.0	0.06	** 1.23	0.0	0.0	0.032	** 1.247
7	Transferência	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Ger./Carga	0.0	0.0	0.0	** 0.996	0.0	0.0	0.0	** 0.996
9	Carga	0.0	0.0	0.12	0.024	0.0	0.0	0.121	0.024
10	Carga	0.0	0.0	1.21	0.651	0.0	0.0	10.98	0.207
11	Carga com lim de tensão	0.0	0.0	0.13	* 0.820	0.0	0.0	0.101	* 1.614
12	Carga com lim de tensão	0.0	0.0	0.10	* 0.293	0.0	0.0	0.099	* 1.534
13	Carga	0.0	0.0	.635	1.224	0.0	0.0	0.500	0.036
14	Carga	0.0	0.0	1.79	0.954	0.0	0.0	11.35	1.278

- Limite de Geração reativa atingido (Medida  $V_1$  substituída por  $Q_1$ ).
- Limite de tensão atingido (Medida  $Q_1$  substituída por  $V_1$ ).

Os desvios de potência, apresentados na Tabela 6.8 para as injeções de fronteira, têm valores pequenos. Assim, através de telemidas na fronteira (geralmente disponíveis), conseguem-se minimizar os desvios de potência nas



barras de fronteira. Através do uso da técnica de "chaveamento" de medidas, quando elas atingem "limites esperados", ficam bastante reduzidos os desvios de potência reativa no Sistema Externo. Evita-se desta maneira o "ajuste" dos pesos de matriz  $R^{-1}$  para "afastar" os erros de modelagem de regiões próximas a fronteira [2, 5, 9, 58]. Os desvios de potência nas barras do Sistema Externo são de fato reduzidos e não confinados a outras regiões do Sistema Externo. Para o segundo caso em ambos os planos de medição, foram atingidos "valores esperados" nos limites de geração de potência reativa e tensão nas barras de geração e carga com limitação de tensão do Sistema Externo.

Uma indicação da presença de erros são as diferenças existentes nas barras de fronteira. Já que o método tem a tendência a fechar o balanço de potência exatamente na fronteira, uma medida do erro pode ser obtida conhecendo-se o somatória de todos os desvios de potência nas injeções de todas as barras do Sistema Externo (desvios totais) [19]. A Tabela 6.9

*Tabela 6.9 Desvios Totais e Médios em Mw e MVAR do Sistema Externo. Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.*

	Plano 1		Plano 2	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
$\sum P_1$	0.007	4.047	0.009	23.183
$\Delta P_1 / \text{barra}$	0.001	0.449	0.001	2.576
$\sum Q_1$	0.006	6.244	0.006	6.937
$\Delta Q_1 / \text{barra}$	0.001	0.694	0.001	0.771

apresenta estes desvios para os dois casos em ambos os planos de medição. Apresenta também, os desvios de potência médios (em Mw e MVAR), isto é, os desvios de potência totais divididos pelo número de barras do Sistema Externo. Como no caso anterior, valores resultantes da estimação de estados foram comparados com valores do fluxo de potência para cálculo dos desvios de



potência.

Os resultados da Tabela 6.9 mostram que para este sistema-teste, resultados melhores são obtidos empregando-se o primeiro plano de medição que inclui, além de medidas de injeção de potência, medidas de fluxo de potência na modelagem do Sistema Externo.

Um objetivo importante no uso de pseudomedidas e informações críticas para o Sistema Externo é evitar a contaminação da estimação de estados do Sistema Interno. A Tabela 6.10 apresenta os erros percentuais médios, referidos aos valores do fluxo de potência, das quantidades do Sistema Interno.

*Tabela 6.10 Erros percentuais médios para avaliar a estimação de estados do SI. Sistema-teste de 14 Barras do IEEE.*

	Plano 1		Plano 2	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
$\Delta V_m \%$	0.000	0.706	0.000	1.336
$\Delta \Theta_m \%$	0.000	0.711	0.000	1.363
$\Delta P_m \%$	0.000	2.754	0.000	2.446
$\Delta Q_m \%$	0.000	1.691	0.000	2.740

Como é possível observar na Tabela 6.10, os erros percentuais médios para o Sistema Interno utilizando medidas com ruído aleatório, são quase desprezíveis, claro indício de uma estimação de estados bastante satisfatória para o Sistema Interno.

### 6.3.3 - SISTEMA-TESTE DE 30 BARRAS DO IEEE

Similarmente ao sistema-teste anterior, os resultados das simulações com o conjunto mínimo de pseudomedidas e informações para os dois planos de

medição usados para o sistema de 30 barras foram comparados com os resultados do fluxo de potência. A Tabela 6.11 apresenta os desvios em Mw e MVAR (respeito às quantidades correspondentes do fluxo de potência) nas injeções de potência ativa e reativa nos diferentes tipos de barras do Sistema Externo e nas barras de fronteira, para os dois casos considerados em ambos os planos de medição.

*Tabela 6.11 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Externo. Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.*

No	Tipo de Barra	Plano 1				Plano 2			
		Caso 1		Caso 2		Caso 1		Caso 2	
		$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MAR$
4	Fronteira	0.0	0.0	0.22	0.02	0.0	0.0	0.02	0.01
6	Fronteira	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	Geração	0.0	0.03	0.02	** 0.09	0.0	0.03	0.14	** 0.10
9	Transferência	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.10	0.0	0.43
11	Geração	0.0	0.01	0.19	** 0.24	0.0	0.03	0.11	* 0.24
13	Geração	0.0	0.02	0.10	** 0.06	0.0	0.0	0.10	0.66
14	Carga com lim de tensão	0.0	0.0	0.04	0.03	0.0	0.0	0.02	0.01
16	Carga	0.03	0.03	2.37	1.23	0.0	0.0	0.04	0.03
17	Carga	0.06	0.04	3.91	2.05	0.0	0.0	0.35	0.04
21	Carga com lim de tensão	0.0	0.0	0.67	0.07	0.0	0.0	0.41	0.01
23	Carga	0.0	0.0	0.38	0.37	0.0	0.0	0.02	0.01
25	Transferência	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	Carga	0.02	0.0	0.79	0.52	0.0	0.0	0.04	0.03

\*\*Limite de Geração reativa atingido (Medida  $V_1$  substituída por  $Q_1$ ).

\* Limite de tensão atingido (Medida  $Q_1$  substituída por  $V_1$ ).

Para o primeiro plano de medição, o estimador de estados atingia a convergência sempre com uma iteração a mais do que o número de iterações pré-estabelecido (NIP) para manter a matriz jacobiana constante, seja qual fosse o valor de NIP. Tal ocorrência foi considerada indício de instabilidade

numérica. O problema resolveu-se facilmente mediante a adição de uma pseudomedida de fluxo de potência reativa na linha 41.

Os desvios de potência nas barras de fronteira são quase desprezíveis (ver Tabela 6.11). Alguns "limites esperados" de potência reativa e de tensão no segundo caso considerado para ambos os planos de medição (nos geradores e barras de carga com limitação de tensão do Sistema Externo) foram atingidos. Neste sistema-teste o plano formado apenas por medidas de injeção de potência (plano 2) foi o que apresentou os melhores resultados.

A Tabela 6.12 apresenta, para ambos os planos de medição e para os dois casos considerados em cada plano, o somatória dos desvios de potência em Mw e MVAR respectivamente nas injeções de potência de todas as barras do Sistema Externo. A tabela também apresenta os desvios médios.

*Tabela 6.12 Desvios Totais e Médios em Mw e MVAR nas barras do Sistema Externo. Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.*

	Plano 1		Plano 2	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
$\sum P_1$	0.126	9.070	0.004	4.046
$\Delta P_1$ /barra	0.005	0.394	0.000	0.176
$\sum Q_1$	0.164	6.244	0.175	2.562
$\Delta Q_1$ /barra	0.007	0.271	0.007	0.111

Os resultados da Tabela 6.12 levam em conta o "chaveamento" de medidas Q e V quando são atingidos "limites esperados" nas barras PV e barras de carga com limitação de tensão do Sistema Externo.

Um objetivo importante no uso de pseudomedidas e informações críticas para o Sistema Externo é evitar a contaminação da estimação de estados do Sistema Interno. A Tabela 6.13 apresenta os erros percentuais médios, referidos aos valores do fluxo de potência, das quantidades do Sistema



Interno.

Os erros percentuais apresentados na Tabela 6.13 são indicativo de uma boa estimação de estados para o Sistema Interno. Melhores estimativas para os estados do Sistema Interno obtiveram-se usando o primeiro plano de medição.

*Tabela 6.13 Erros percentuais médios para avaliar a estimação de estados do SI. Sistema-teste de 30 Barras do IEEE.*

	Plano 1		Plano 2	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
$\Delta V_m \%$	0.000	0.318	0.000	0.702
$\Delta \Theta_m \%$	0.005	0.832	0.006	2.254
$\Delta P_m \%$	0.023	3.562	0.024	8.109
$\Delta Q_m \%$	0.052	3.931	0.049	2.656

#### 6.3.4 - SISTEMA-TESTE DE 48 BARRAS ELETROSUL-CELESC

Os testes para este sistema foram iniciados com o plano misto de medição (Plano 1) e um conjunto de medidas "perfeitas" (Caso 1). O sistema não convergiu, os resultados parciais apontaram valores incomuns nos ângulos e tensões das barras 5 e 10, e identificou-se uma região do Sistema Externo (ver Figura C-8 do Apêndice C), que apresentou valores muito diferentes dos valores de referência para as injeções de potência. Tais ocorrências foram consideradas indícios de problemas numéricos. De fato, verificou-se que o sistema não era numericamente observável (ver Seção 2.2.2.3) apesar de utilizar um estimador de estados baseado no método das rotações de Givens. Como tentativa de restaurar a observabilidade numérica dos sistema, introduziu-se a pseudomedida de injeção reativa na barra de transferência 22, a qual pertence à região onde foram previamente identificados os problemas numéricos. Desta vez o estimador convergiu em 4 iterações. Prosseguindo-se com

os testes, adicionou-se mais uma medida de injeção de potência ativa na barra 10, sendo verificado que, com este novo plano de medição, o estimador voltou a divergir. Finalmente, retirando-se a medida de injeção  $P_{10}$  (que não ajuda a restaurar a observabilidade numérica) e adicionando a medida de fluxo  $T_{16}$  e  $U_6$ , conseguiu-se a convergência do estimador.

A região do sistema em questão, delimitada na Figura C-4 do Apêndice C apresenta diversos componentes tais como: capacitores, transformadores e linhas de transmissão com admitâncias série e paralelo de valores diferentes, cuja combinação com os fatores de peso da matriz  $R^{-1}$  das pseudomedidas, causam mau condicionamento da matriz ganho  $G$  dada pela equação (2.10). Apesar de que, com a adição inicial de  $Q_{22}$  a estimação de estados foi executada sem problemas aparentes (convergindo em 4 iterações), os resultados obtidos não foram satisfatórios. Isto foi interpretado como consequência do fato da matriz  $G$  ser anteriormante quase-singular devido aos erros de arredondamento e que, com a adição de  $P_{10}$ , tornou-se completamente singular [51].

Uma vez restaurada a observabilidade do sistema com a adição das pseudomedidas, os testes com o método proposto seguiram seu curso normal. A Tabela 6.14 apresenta os maiores desvios em  $M_w$  e  $MVAR$  nas injeções de potência nos diversos tipos de barras do Sistema Externo e nas barras de fronteira com respeito às injeções do fluxo de potência, para ambos os casos do primeiro plano de medição.

Os desvios de potência nas barras de fronteira têm valores aceitáveis. Os "limites esperados" de potência reativa foram atingidos nas barras 6, 24, 33, 34 e 44, que correspondem a barras de geração do Sistema Externo. A Tabela 6.15 apresenta os desvios nas injeções de potência (referidas ao fluxo de potência) para o Sistema Externo.

Tabela 6.14 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Externo. Sistema-teste de 48 Barras da Eletrosul-Celesc, Plano 1.

		Plano 1			
		Caso 1		Caso 2	
Barra	Tipo de Barra	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$
4	Carga	2.52	0.46	12.88	1.16
5	Carga com limita - ção de tensão	0.0	0.0	0.50	0.06
9	Carga	1.24	4.95	20.23	17.83
10	Carga	5.82	1.97	20.54	9.41
13	Carga	2.06	0.61	21.16	3.51
20	Fronteira	0.0	0.06	1.12	0.67
25	Folga	0.14	11.8	46.78	34.47
30	Fronteira	0.0	0.0	0.0	0.01
34	Geração	0.01	1.00	0.41	** 1.97
44	Geração	0.02	1.21	0.66	** 1.86
47	Fronteira	0.01	0.0	0.83	0.67
48	Carga	0.05	3.10	0.09	6.76

\*\* Limite de Geração reativa atingido (Medida  $V_i$  substituída por  $Q_i$ ).

\* Limite de tensão atingido (Medida  $Q_i$  substituída por  $V_i$ ).

Tabela 6.15 Desvios Totais e Médios em Mw e MVAR nas barras do Sistema Externo. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc, Plano 1.

Plano 1		
	Caso 1	Caso 2
$\sum P_i$	12.690	172.403
$\Delta P_i$ /barra	0.350	4.788
$\sum Q_i$	16.800	130.480
$\Delta Q_i$ /barra	0.466	3.624

Ambos os casos apresentados na tabela anterior, foram também executados utilizando-se "chaveamento" de medidas Q e V quando estes valores atingem os "limites esperados" nas barras do Sistema Externo. Para o segundo caso, se não fosse empregada a última técnica, a somatória das diferenças de



potência para as injeções reativas seria de 383,37 MVAR. Observa-se portanto que a redução foi considerável. A avaliação da estimação de estados do Sistema Interno encontra-se na Tabela 6.16.

*Tabela 6.16 Erros percentuais médios para avaliar a estimação de estados do SI. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc, Plano 1.*

	Plano 1	
	Caso 1	Caso 2
$\Delta V_m \%$	0.148	0.240
$\Delta \theta_m \%$	0.058	3.238
$\Delta P_m \%$	0.019	3.640
$\Delta Q_m \%$	0.257	1.946

Da Tabela 6.16 se conclui que as estimativas dos estados para o Sistema Interno em ambos os casos do primeiro plano de medição são satisfatórias.

Foram também executados ambos os casos para este primeiro plano de medição num estimador de estados desacoplado baseado em rotações de Givens. A convergência foi obtida em 4.5 e 5.5 iterações respectivamente (Caso 1 e Caso 2), sem ser necessária a adição de outras pseudomedidas. Contudo, os resultados obtidos para a parte reativa do sistema apresentaram grandes erros nas injeções de potência (por exemplo existiam erros de 451 MVAR e 4068 MVAR na barra de folga para os dois casos, respectivamente) o que indica que os resultados obtidos não são confiáveis. Apesar de utilizar um estimador de estados desacoplado, existem problemas numéricos provenientes da combinação dos parâmetros da rede, que provavelmente torna a matriz  $G$  quase-singular. Se adicionadas as mesmas pseudomedidas que utilizadas para restaurar a observabilidade no emprego do estimador de estados acoplado, observa-se que os resultados obtidos com o estimador desacoplado (ver Tabela 6.17) são compatíveis com os obtidos pela estimação de estados utilizando o estimador

*Tabela 6.17 Desvios Totais e Médios em Mw e MVAR nas barras do Sistema Externo. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc, Plano 1. Estimação de Estados desacoplada.*

	Plano 1	
	Caso 1	Caso 2
$\sum P_i$	6.100	252.07
$\Delta P_i / \text{barra}$	0.170	7.00
$\sum Q_i$	59.330	308.93
$\Delta Q_i / \text{barra}$	1.648	8.581

acoplado (No caso desacoplado não foi empregada a técnica de "chaveamento" de medidas Q e V para o Sistema Externo quando estas atingem os "limites esperados").

Nas simulações efetuadas para o segundo plano de medição (plano composto apenas por injeções para o Sistema Externo) enfrentou-se também problemas de não-observabilidade numérica, embora o sistema fosse topologicamente observável. Para contornar o problema, foram adicionadas duas pseudomedidas no Sistema Externo: as medidas de injeção reativa Q3 e de fluxo reativo U33.

A Tabela 6.18 apresenta os maiores desvios de potência ativa e reativa em Mw e MVAR respectivamente, referidos aos valores correspondentes do fluxo de potência, nos diferentes tipos de barras do Sistema Externo.

A barra de fronteira 20 foi a que apresentou o maior desvio de potência ativa no segundo caso considerado. "Limites esperados" de potência reativa foram atingidos nas barras 24, 1, 33, 34 e 44, que correspondem a barras de geração do Sistema Externo.



Tabela 6.18 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Externo. Sistema-teste de 48 Barras da Eletrosul-Celesc, Plano 2.

Barra	Tipo de Barra	Plano 2			
		Caso 1		Caso 2	
		$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$
2	Carga	0.0	0.0	2.27	1.95
9	Carga	0.05	0.0	67.68	0.19
20	Fronteira	0.0	0.0	7.43	0.17
23	Carga	0.0	0.0	20.70	1.45
24	Geração	0.0	0.04	12.31	** 9.47
25	Folga	0.02	0.02	72.47	2.95
26	Geração	0.0	0.05	3.38	3.48
30	Fronteira	0.0	0.0	0.0	0.0
41	Carga	0.0	0.0	5.36	0.13
43	Carga	0.0	0.0	8.22	3.73
44	Geração	0.0	0.0	2.69	** 1.87
47	Fronteira	0.0	0.0	0.54	0.35
48	Carga	0.0	0.0	1.28	1.37

\*\* Limite de Geração reativa atingido (Medida  $V_1$  substituída por  $Q_1$ ).

\* Limite de tensão atingido (Medida  $Q_1$  substituída por  $V_1$ ).

A Tabela 6.19 apresenta o somatória dos desvios nas injeções de potência de todas as barras do Sistema Externo referidas a quantidades correspondentes no fluxo de potência (desvios totais) e os desvios médios.

Tabela 6.19 Desvios Totais e Médios em Mw e MVAR nas barras do Sistema Externo. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc, Plano 2.

	Plano 2	
	Caso 1	Caso 2
$\sum P_1$	0.060	141.380
$\Delta P_1$ /barra	0.0016	3.927
$\sum Q_1$	0.186	45.401
$\Delta Q_1$ /barra	0.0051	1.261

Ambos os casos apresentados utilizaram a técnica de "chaveamento" entre medidas Q e V no Sistema Externo. A avaliação da estimação de estados do Sistema Interno encontra-se na Tabela 6.20.

*Tabela 6.20 Erros percentuais médios para avaliar a estimação de estados do SI. Sistema-teste de 48 Barras Eletrosul-Celesc, Plano 2*

	Plano 2	
	Caso 1	Caso 2
$\Delta V_m \%$	0.00	0.066
$\Delta \Theta_m \%$	0.004	2.595
$\Delta P_m \%$	0.00	0.940
$\Delta Q_m \%$	0.120	0.904

Como é possível se observar nas Tabelas 6.16 e 6.20, a estimação de estados para quantidades do Sistema Interno nos dois planos de medição e nos dois casos considerados para cada plano, é também bastante satisfatória para este sistema-teste. Das Tabelas 6.15 e 6.19 pode-se obter uma apreciação global dos resultados da estimação de estados para o Sistema Externo em ambos os planos de medição. Para este sistema-teste, melhores resultados foram obtidos empregando-se o plano de medição composto apenas por medidas de injeção de potência para o Sistema Externo.

#### 6.4 - RESULTADOS DA ANÁLISE DE CONTINGÊNCIAS

Os testes de Análise de Contingências simples realizaram-se retirando uma linha de transmissão do Sistema Interno e executando um fluxo de potência a partir dos resultados da estimação de estados. Em seguida, estes resultados foram comparados com os valores do fluxo de potência padrão que também considera a linha de transmissão retirada.

A seguir são apresentados resultados da Análise de Contingências para o primeiro plano de medição, com e sem erros aleatórios nas medidas (Casos 1 e 2), e para os três sistemas-teste. A Tabela 6.21 mostra os desvios em Mw e MVAR (referidos às quantidades correspondentes do fluxo de potência)

*Tabela 6.21 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Interno quando da retirada da linha (2-3). Sistema-teste de 14 Barras do IEEE, Plano 1.*

		Plano 1			
		Caso 1		Caso 2	
Barra	Tipo de Barra	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$
1	Folga	0.0	0.0	3.81	0.34
2	Geração	0.0	0.0	1.18	0.35
3	Carga	0.0	0.0	0.0	0.0
4	Fronteira	0.0	0.0	1.48	0.10
5	Fronteira	0.0	0.0	0.12	0.12

nas injeções da parte interna do sistema de 14 barras quando da retirada da linha (2-3).

A Tabela 6.22 apresenta os desvios de potência em Mw e MVAR (referidos aos valores correspondentes do fluxo de potência) nas injeções de potência da parte interna do sistema de 30 barras.

A Tabela 6.23 apresenta os desvios de potência em Mw e MVAR (referidos aos valores do fluxo de potência) da parte interna do sistema-teste de 48 barras quando da retirada da linha 58. Esta linha conecta as barras 39 e 47, sendo esta última barra de fronteira.



Tabela 6.22 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Interno quando da retirada da linha (1-2). Sistema-teste de 30 Barras do IEEE, Plano 1.

Barra	Tipo de Barra	Plano 1			
		Caso 1		Caso 2	
		$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$
1	Folga	0.01	.002	0.95	0.32
2	Geração	0.0	.003	1.56	0.41
3	Carga	0.0	0.0	0.26	0.05
4	Fronteira	0.0	0.0	0.22	0.02
5	Geração	0.0	0.0	0.31	0.28
6	Fronteira	0.0	0.0	0.0	0.0
7	Carga	0.0	0.0	0.34	0.09

Tabela 6.23 Desvios em Mw e MVAR nas injeções de potência nas barras de Fronteira e do Sistema Interno quando da retirada da linha (39-47). Sistema-teste de 48 Barras Eletros Celesc, Plano 1

Barra	Tipo de Barra	Plano 1			
		Caso 1		Caso 2	
		$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$	$\Delta Mw$	$\Delta MVAR$
20	Fronteira	0.0	0.0	3.43	2.05
21	Carga	0.04	0.0	0.21	0.18
28	Carga	0.10	0.02	0.01	0.09
30	Fronteira	0.0	0.0	0.0	0.0
31	Carga	0.0	0.0	0.12	0.01
36	Carga	0.05	0.02	1.44	0.85
37	Transferência	0.0	0.03	3.05	1.27
38	Geração	0.02	0.02	2.40	0.61
39	Geração	0.0	0.05	1.54	0.41
30	Fronteira	0.0	0.0	0.0	0.0
45	Geração	0.0	0.0	0.05	0.0
46	Carga	0.0	0.0	0.54	0.08
47	Fronteira	0.0	0.0	2.46	0.03

Como se observa dos resultados das tabelas anteriores, os valores obtidos para o Sistema Interno quando é executada uma contingência simples, (isto é, quando é retirada uma linha de transmissão) são resultados bastante satisfatórios levando em conta o fato de que foram comparados com valores correspondentes obtidos diretamente do fluxo de potência.

## 6.5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dos vários resultados obtidos para os três sistemas-teste pode-se verificar que, de forma geral, a modelagem feita para o Sistema Externo através da estimação de estados mediante a seleção de pseudomedidas críticas, apresentou-se muito satisfatória, o que também permitiu realizar uma Análise de Contingências com ótimos resultados. Isto é, pequenos desvios de potência ativa e reativa nas barras do Sistema Interno e nas barras de fronteira.

O método combinatório proposto, baseado na intersecção de matróides ponderados, demonstrou ser muito flexível e apto para a operação em tempo-real. Se os pesos das pseudomedidas e informações do Sistema Externo foram adequadamente escolhidos de acordo aos critérios do usuário, as "medidas" selecionadas são as de maior confiabilidade dentre as disponíveis no COS.

Um objetivo importante a ser cumprido, quando realizada a modelagem do Sistema Externo com pseudomedidas e informações críticas, é a de evitar a contaminação da estimação de estados do Sistema Interno. Os resultados da estimação de estados para o Sistema Interno em cada um dos três sistemas-teste, apresentaram erros percentuais médios baixos, o que indica que, os resultados obtidos são satisfatórios.

Os desvios de potência nas barras de fronteira, geralmente

monitoradas, resultaram em valores muito pequenos. Mas, algumas barras de fronteira não monitoradas, apresentaram desvios de potência aceitáveis (ver o desvio de injeção de potência ativa na barra de fronteira 20, Tabela 6.18).

Na modelagem da parte reativa do Sistema Externo, foram obtidos resultados melhores empregando-se a técnica de "chaveamento" entre  $Q$  e  $V$  nas barras de geração e nas barras de carga com limitação de tensão do Sistema Externo. O "chaveamento" acontece quando uma quantidade calculada durante a estimação de estados (por exemplo  $Q$ ) atinge "valores esperados" para os limites de potência reativa. Então, ela é fixada no limite atingido e fica como pseudomedida, enquanto que, a pseudomedida de tensão ( $V$ ) é retirada. Esta técnica além de ajudar na obtenção de resultados mais realísticos, reduz significativamente os grandes erros de potência reativa que a literatura aponta [2, 9]. Evita também, o "ajuste" dos pesos da matriz  $R^{-1}$  para "afastar" os erros de regiões próximas à fronteira [2, 5, 58]. Através desta técnica conseguem-se minimizar os erros no Sistema Externo e não confiná-los a outras partes do sistema.

O segundo plano de medição, apesar de empregar só injeções na modelagem do Sistema Externo (maior requerimento computacional), apresentou resultados melhores para os sistemas-teste de 30 e 48 barras. Geralmente, uma medida de injeção produz (para um dado nó  $k$ )  $(r+1)(r+2)/2$  elementos diferentes na matriz jacobiana, onde  $r$  é o número de nós ligados diretamente ao nó  $k$  [58].

O algoritmo proposto para a seleção de pseudomedidas para o Sistema Externo, está baseado no princípio de desacoplamento entre as partes ativa e reativa do sistema de potência. Durante os testes de estimação de estados para o sistema de 48 barras Eletrosul-Celesc apresentaram-se problemas de não-observabilidade numérica devido à combinação de parâmetros da rede, covariâncias das medidas e erros de arredondamento. Estes problemas foram



facilmente superados pela adição de pseudomedidas necessárias para tornar o sistema numericamente observável.

A solução do sistema de equações através do método de Newton-Raphson (NR) apresenta um ponto de operação viável para a operação do sistema, para um dado despacho de carga. Verificou-se que quando é realizada a estimação de estados com medidas críticas, pequenas alterações nos valores das medidas (por exemplo, medidas aleatórias obtidas dos resultados de um fluxo de carga) fazem com que o estimador de estados convirja para um ponto de operação muito próximo, mas diferente da solução inicial do fluxo de potência pelo método de NR. Contudo, tal solução também é viável no sentido de que pode ser obtida através de um fluxo de potência NR a partir dos resultados da estimação de estados. Isto devido aos ruídos aleatórios introduzidos nas medidas. Neste caso, o uso da técnica de "chaveamento" entre Q e V nas barras de geração e carga com tensão controlada do Sistema Externo (explicada na seção 6.3.1), ajuda bastante a contornar o problema.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

#### 7.1 - CONCLUSÕES

A contínua monitoração da segurança de um Sistema de Potência é feita através da Análise de Contingências. Para sua realização, necessita-se de um modelo do Sistema Externo em tempo-real, o qual forneça uma boa representação da reação do mesmo sobre o Sistema Interno.

Ao longo destes últimos anos tem se observado uma discussão intensa sobre o uso dos vários métodos por numerosos autores na literatura [3, 5, 8, 19, 20, 32 ]. Bose e Geisler em [2] demonstram que o uso da representação explícita do Sistema Externo produz resultados mais exatos do que o modelo reduzido. No presente trabalho, é apresentado um método para selecionar, em tempo-real, um conjunto de pseudomedidas e informações críticas a serem usadas na modelagem do Sistema Externo. O uso de pseudomedidas críticas tem como objetivo evitar a contaminação dos estados do Sistema Interno, quando é realizada a estimação de estados do sistema global, em uma única etapa.

O método proposto fornece meios para se ponderar as pseudomedidas do Sistema Externo de modo a se estabelecer prioridades para sua inclusão no plano de medição do sistema global. Torna-se assim possível selecionar um



conjunto de pseudomedidas que se caracterizam por serem as mais confiáveis dentre as disponíveis ao COS do Sistema Interno. O algoritmo, baseado na intersecção de matrôides ponderados, tem as seguintes características :

- sólida base matemática;
- uma grande flexibilidade para permitir a atribuição de pesos às telemedidas, pseudomedidas e informações do banco de dados do COS, de acordo com critérios do usuário;
- eficiência computacional e bom desempenho o que viabiliza seu uso em tempo-real.

O algoritmo foi testado com auxílio de três sistemas-teste. As pseudomedidas externas selecionadas juntamente com as telemedidas do Sistema Interno, são fornecidas a um estimador de estados, com o intuito de verificar a modelagem do Sistema Externo. Os testes de estimação de estados foram realizados para dois níveis diferentes de precisão das medidas, considerando-se ainda dois planos de medição distintos para cada sistema. Os resultados destes testes, traduzidos através dos desvios de potência (em Mw e MVAR) nas barras do Sistema Externo, referidos a um fluxo de potência padrão, mostram-se satisfatórios.

O uso de telemedidas geralmente disponíveis nas barras de fronteira reduz significativamente os erros de injeção de potência nestas barras, conforme demonstram resultados dos testes. No que se refere à modelagem da parte reativa do Sistema Externo, são conseguidos resultados melhores mediante a técnica de "chaveamento" entre Q e V. O "chaveamento" acontece quando alguma destas quantidades atinge "valores esperados" (não apenas físicos) para os limites nas barras de geração e nas barras de carga com tensão controlada do Sistema Externo. Desta maneira, conseguem-se bons resultados e se reduzem consideravelmente os grandes erros de potência reativa mencionados na

literatura [2, 9, 58]. Evita-se também, o ajuste dos pesos da matriz  $R^{-1}$  para afastar os erros de modelagem de regiões do próximas à fronteira. Os erros são de fato reduzidos, e não confinados a outras regiões do Sistema Externo.

Através do uso de pseudomedidas críticas para o Sistema Externo, consegue-se evitar que os estados estimados para o Sistema Interno sejam afetados por erros na modelagem no Sistema Externo. Os resultados obtidos da estimação de estados para o Sistema Interno, traduzidos na forma de erros percentuais (referidos ao fluxo de potência padrão) apresentam-se bastante satisfatórios para ambos os planos de medição considerados.

Testes posteriores de Análise de Contingências simples para os três sistemas-teste mostraram também bons resultados quando comparados ao fluxo de potência padrão.

## 7.2 - RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

O algoritmo proposto pode ser empregado para diversos propósitos. A aplicação do mesmo como ajuda na elaboração de planos de medição é outra das possíveis aplicações importantes.

O sistema elétrico brasileiro com suas numerosas concessionárias tem grande quantidade de medidores em todo seu sistema. Uma elevada redundância de telemedidas pode tornar lenta a execução do estimador de estados. Portanto, seria desejável selecionar um número de medidas de tal forma a manter a rapidez na execução do estimador de estados ao mesmo tempo em que se garante um nível adequado na redundância das telemedidas. Um primeiro passo nesta direção consiste na elaboração de um plano mínimo de medição que leve em consideração partes importantes da rede que devem ser monitoradas (Ex: linhas de 750 e 500 KV). Isto pode ser realizado mediante o uso do algoritmo.

O passo seguinte é completar a elaboração do plano de medição com bom nível de redundância e livre da presença de medidas e conjuntos críticos.

Poderia-se reduzir o tempo de CPU empregado pelo algoritmo, se a procura da árvore geradora observável máxima seria realizada simplesmente sobre o Sistema Externo, e não sobre o sistema interconectado. Neste caso, para evitar a desconexão entre as componentes do sistema, o Sistema Interno pode ser reduzido a um único vértice.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] WU, F. F. ; MONTICELLI A. , " A Critical Review on External Network Modeling On-line Security Analysis ". Research Report of Department of Electrical Engineering and Computer Science and Electronics Research Laboratory, University of California, Berkeley.
- [02] GEISLER, K. ; BOSE A. , " State Estimation Based External Network Solution for On-line Security Analysis ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-102, No.8, p. 2447-2454, Agosto 1983.
- [03] BOSE, A. ; CLEMENTS, K. A. , " Real-Time Modeling Networks ". Proceedings of the IEEE, Vol. 75, No 12, p. 1607-1622, Dezembro 1987.
- [04] DENZEL, D. ; GRAF, F. R. , Na Discussão de [15].
- [05] BOSE, A. , " The Effects of External Modeling Errors on On-Line Security Analysis ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol PWRS-1, No 1, p. 227-232, Fevereiro 1986.
- [06] WOLLEMBERG, B. F. , Na Discussão de [15].
- [07] BOSE, A. , Na Discussão de [05].
- [08] DECKMANN, S. ; PIZZOLANTE, A. ; MONTICELLI, A. ; STOTT, B. ; ALSAC, O. , " Numerical Testing of Power System Load Flow Equivalents ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-99, No 6, p. 2292-2300, Nov/Dez 1980.
- [09] GEISLER, K. ; TRIPATHI, N. K. , " State Estimation Based Network Solutions: Field Testing ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol.



PAS-104, No 8, p. 2126-2132, Agosto 1985.

- [10] SAVULESCU, S. , Na Discussão de [15].
- [11] WARD, J. B. , " Equivalent Circuits for Power Flow Studies ". AIIE Trans. Power App. Syst., Vol. 68, p. 373-382, 1949.
- [12] MONTICELLI, A. ; DECKMANN, S. ; GARCIA, A. ; STOTT, B. ; " Real-Time Equivalents for Static Security Analysis ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-98, No 2, p. 498-508, Março/Abril 1979.
- [13] DIMO, P. , " L'interconnexion des Equivalents R.E.I., modèle réduit pour L'interconnexion des Réseaux . Les Indicateurs d'état, ". Bulletin de la Direction des etudes et Recherches, Electricite de France, Serie B, N°2, 1982.
- [14] DY LIACCO, T. E. ; SAVULESCU, S. C. ; RAMARAO, K. A. , " An On-Line Topological Equivalent of a Power System ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-97, No 5, p. 1550-1563, Setembro/Outubro 1978.
- [15] DOPAZZO, J. F. ; IRISARRI, G. ; SASSON, A. M. , " Real-Time External System Equivalent for On-Line Contingency Analysis ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-98, No 6, p. 2153-2171, Nov/Dez 1979.
- [16] DURAN, H. ; ARVANITIDIS, N. , " Simplification for Area Security Analysis : A New Look at Equivalencing ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-91, p. 670-679, Março/Abril 1972.
- [17] MONTICELLI, A. ; WU, F. F. , " A Unified Approach to On-Line Network Modeling for Security Analysis ". IFAC, p. 215-221, 1985.
- [18] MONTICELLI, A. ; WU, F. F., " A Method That Combines Internal State Estimation and External Network Modeling ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-104, No 1, p.91-103, Janeiro 1985.
- [19] BOSE, A. , " Modeling of External Networks for On-Line Security Analysis ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-103, No 8, p. 2117-2125, Agosto 1984.

- [20] DECKMANN, S. ; PIZZOLANTE, A. ; MONTICELLI, A. ; STOTT, B. ; ALSAC, O.,  
" Studies on Power System Load Flow Equivalencing ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-99, No 6, p. 2301-2310, Nov/Dez 1980.
- [21] SCHWEPPE, F. C. ; WILDES, J. , " Power System Static-State Estimation, Part I : Exact Model ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-89, No 1, p. 120-125, Janeiro 1970.
- [22] SCHWEPPE F. C. ; ROM, D. B. , " Power System Static-State Estimation, Part II : Approximate Model ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-89, No 1, p.125-135, Janeiro 1970.
- [23] SIMÕES COSTA, A. ; MANDEL A. , "A Abordagem Topológica para Observabilidade de Sistemas de Potência : Teoria e um Algoritmo ". SBA :Controle e Automação, Vol. 1, No 1, p.59-71, 1986.
- [24] KRUMPHOLZ, G. R. ; CLEMENTS, K. A., DAVIS, P., " Power System Observability : A Practical Algorithm Using Network Topology ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-99, No 4, p. 1534-1542, Julho 1980.
- [25] VAN CUTSEM, T. , " Power System Observability and Related Functions, Derivation of Appropriate Strategies and Algorithms ". Elec. Power and Energy Systems, Vol. 7, pp 175-187, Julho 1985.
- [26] SIMÕES COSTA, A. , " Determinação de Conjuntos Críticos de Medidas na Estimação de Estados em Sistemas de Potência ". 7o Congresso Brasileiro de Automática, Vol. 2, p. 830-836, 1988.
- [27] SCHWEPPE, F. C. ; HANDSCHIN E. J. , " Static State Estimation in Electric Power Systems ". Proc. of IEEE, Vol 62, p. 972-983, Julho 1974.
- [28] WU, F. F. , " Real-Time Network Security Monitoring, Assesment and Optimization ". Int. J. Electrical Power and Energy Systems, Vol. 10, No 2, p. 83-100, Abril 1988.

- [29] STOTT, B. ; ALSAC, O. ; MONTICELLI, A. , " Security Analysis and Optimization ". Proceedings IEEE, Vol. 75, No 12, p. 1623-1644, Dezembro 1987.
- [30] Report of Working Group 02 of Study Comitee 38, " Steady-State and Dynamic External Equivalents State-of-the-Art Report ". ELECTRA, No 134, p. 95-115, Fevereiro 1991.
- [31] Task Force of Working Group 02 of Study Comitee 38, 2<sup>nd</sup> Part: Results of a Questionnaire ". Steady-State and Dynamic External Equivalents, " ELECTRA, No 135, p. 104-111, Abril 1991.
- [32] WU, F. F. ; MONTICELLI, A. , " A Critical Review on External Network Modeling for On-Line Security Analysis ". Int. J. Electrical Power and Energy Systems, Vol 5, p. 222-235, Outubro 1983.
- [33] GEISLER, K. , " Ampere Magnitude Line Measurement for Power System State Stimulation ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-103, No 8, p. 1962-1969, Agosto 1984.
- [34] GARCIA, A. ; MONTICELLI, A. ; ABREU, P. , " Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-98, No 5, p. 1645-1652, Set/Out 1979.
- [35] SIMÕES COSTA, A. ; QUINTANA, V. H. , " A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-100, No 2, p.691-698, Fevereiro 1981.
- [36] HOLTEN, L. ; GJELSVIK, A. ; AAM, S. ; WU, F. F. ; LIU, W. E. , " Comparison of Different Methods for State Estimation ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. 3, No 4, p. 1798-1806, Novembro 1988.
- [37] CLEMENTS, K. A. ; KRUMPHOLZ, G. R. ; DAVIS, P. , " Power System State Estimation Residual Analysis : An Algorithm Using Network Topology," IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-100, No 4, p.1779-1787, Abril 1981.



- [38] SIMÕES COSTA, A. , " Power Systems Estimation Orthogonal Methods for Estimation and Bad Data Processing, and Techniques for Topological Observability ". Ph. D. Dissertation, University of Waterloo, Ontario, Canada 1981.
- [39] QUINTANA, V. H. ; SIMÕES COSTA, A. ; MANDEL A. , " Power System Topological Observability Using a Direct Graph-Theoretic Approach ". IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-101, No 3, Março 1982.
- [40] VAN CUTSEM, T. ; GAILLY, P. J. , " A Simple Algorithm for Power System Observability Analysis and Related Functions ". CIGRE - IFAC Sysposium on Control Applications to Power System Security, 1983.
- [41] SIMÕES COSTA, A. ; PIAZZA, T. S. ; MANDEL A. , " Qualitative Methods to Solve Qualitative Problems in Power System State Estimation ". IEEE Trans. on Power Syst. , Vol. 5, N° 3, Agosto 1990.
- [42] PIAZZA, T. S. , " Aplicações de Métodos Combinatórios à Estimação de Estados em Sistemas de Potência : Determinação de Medidas e Conjuntos Críticos e Alocação de Pseudomedidas ". Dissertação de Mestrado - UFSC, Julho 1989.
- [43] SANTOS, E. A. , " Estimação de Estados em Sistemas de Potência com Planos de Medição Deficientes ". Dissetatação de Mestrado - UFSC, Setembro 1985.
- [44] DEO, N. Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science . Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N. J. , 1974.
- [45] BONDY, J. R.; MURTY U. S. R. , Graph Theory with Applications.Macmillan Press Ltda., Hong Kong Associated Company, 1978.
- [46] LAWLER, E. L. , " Matroid Intersection Algorithm ". Mathematical Programming 9, p. 31-56, 1975.
- [47] MURTY, U. S. R. , " Notes on Matroid Theory, Part I, Basic Theory ".



Departament of Combinatorics and Optimization, Faculty of Mathematics, University of Waterloo, Canada.

- [48] FRANK, A. , " A Weighted Matroid Intersection Algorithm ". Journal of Algorithms, No 2, p. 328-336, 1981
- [49] FRANK, A. , " On Weighted Matroid Intersection Algorithm " . Research Report CORR 80-18, Departament of Combinatorics and Optimization, University of Waterloo, Canada. Abril 1980.
- [50] MILI L. ; VAN CUTSEM Th. ; RIBBENS-PAVELLA M. , " Hypothesis Testing Identification : A New Method for Bad Data Analysis in Power System State Estimation " .IEEE Trans. on Power App. Syst., Vol. PAS-104, p. 3007-3049, Nov. 1985.
- [51] MONTICELLI A. ;GARCIA A. V. ; SLUTKER I. W. , " Handling Discardable Measurements in Power Systems State Estimation ". PICA
- [52] HARAY F. ; WELSH D. , " Matroids Versus Graphs ". Proc. of the Conference "The Many Facets of Graph Theory. Collection " Lecture Notes in Mathematics ", Springer Verlag, p.155-170, 1969.
- [53] WHITNEY H. , " On the Abstract Properties of Linear Dependence" . American Journal of Mathematics - 57, p.509-518, 1935.
- [54] PIAZZA T. ; SIMÕES COSTA , " Um Método Combinatório Integrado para Determinação de Medidas e Conjuntos Críticos". Anais do 8º Congresso Brasileiro de Automática, UFPa, Belem, PA., Vol. 2, p.636-642, 1990.
- [55] JUNIOR S. , " Técnicas Ortogonais Sequenciais associadas a Estimadores de Estado Desacoplados Rápidos em Sistemas de Potência". Dissertação de Mestrado - UFSC, Dezembro, 1983.
- [56] SIMÕES COSTA A. ; SALGADO R. ; QUINTANA V. H. , " Técnicas de Processamento de Erros Grosseiros para Estimadores de Estado Sequenciais Ortogonais em Sistemas de Potência". Anais do 4º Congresso Brasileiro de Automática, Campinas, S.P., Vol. 2,

p.467-472, 1982.

- [57] SIMÕES COSTA A. ; SALGADO R. , " Bad Data Recovery for Orthogonal Row Processing State Estimators". International Symposium on Control Applications to Power Security, Florença, Itália, 1983.
- [58] LU N. ; LIU K. ; VEMURI S. , " An External Network Modeling Approach for On-line Security Analysis". Trans. on Power Syst., Vol. 5, N° 2, Maio 1990.
- [59] LAWLER E. , Combinatorial Optimization : Networks and Matroids. Holt Rinchard and Wilson, U.S.A, 1976.

## APÊNDICE A

DIAGRAMAS UNIFILARES, M.A.G.O.s, PARÂMETROS E PLANOS  
DE MEDIÇÃO DO SISTEMA DE 14 BARRAS DO IEEE

O diagrama unifilar com a divisão entre Sistema Interno e Sistema Externo e o plano de medição de referência é mostrado na Figura A-1. As máximas árvores geradoras observáveis obtidas para o primeiro plano de medição estão nas Figuras A-2 e A-3 para a parte ativa e reativa respectivamente. Os planos de medição 1 e 2 estão nas Figuras A-4 e A-5. Finalmente as condições de operação estão apresentadas na Tabela A-6.

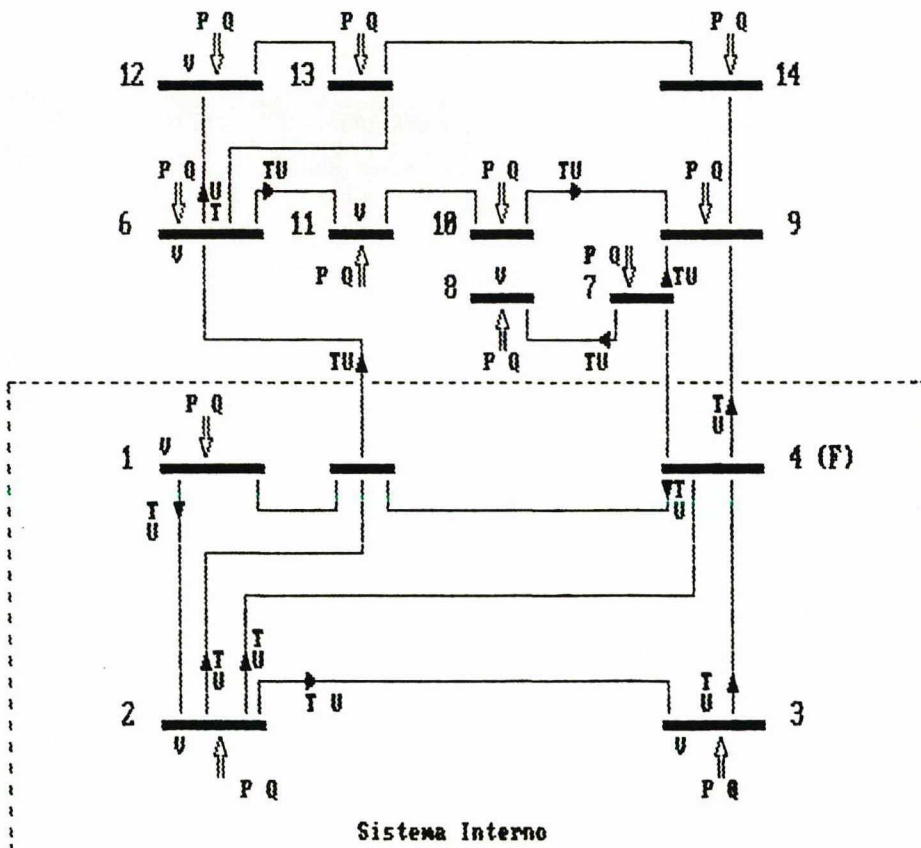
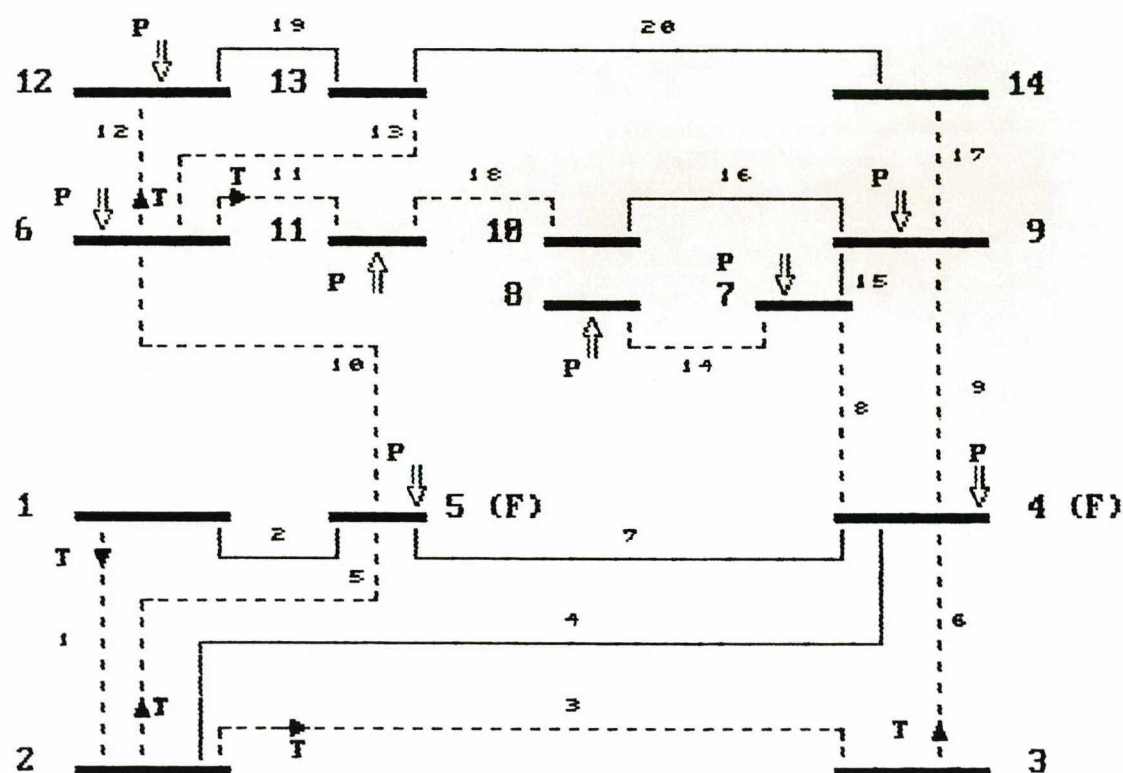


Figura A - 1

# SISTEMA IEEE - 14 BARRAS

Maxima Arvore Geradora Observavel

P - DELTA



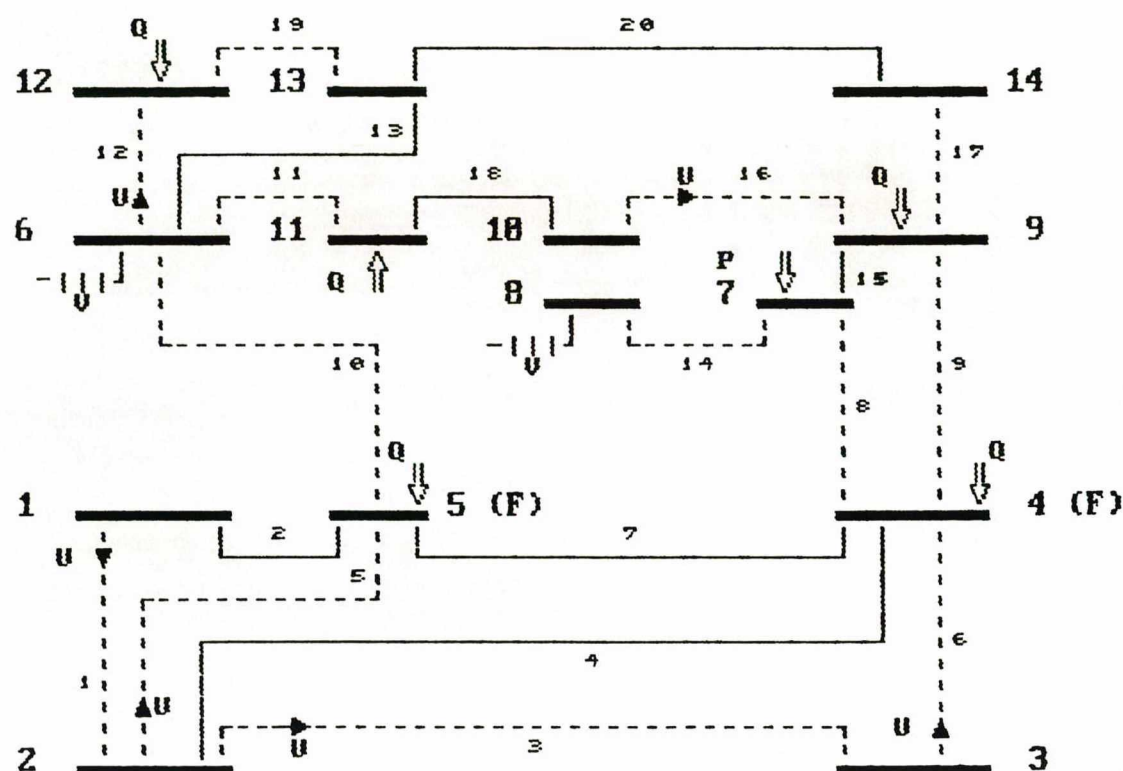
- Linhas pertencentes a M.A.G.O.
- Medida de Fluxo na linha.
- ⇒ Medida de Injecao na barra.

Figura A - 2

# SISTEMA IEEE - 14 BARRAS

Maxima Arvore Geradora Observavel

Q - U



U  - Ramo da MAGO que tem conexao com o no ficticio (terra), e e associado a uma medida de tensao.

Figura A - 3



# SISTEMA IEEE - 14 BARRAS

Plano de Medicao - 1

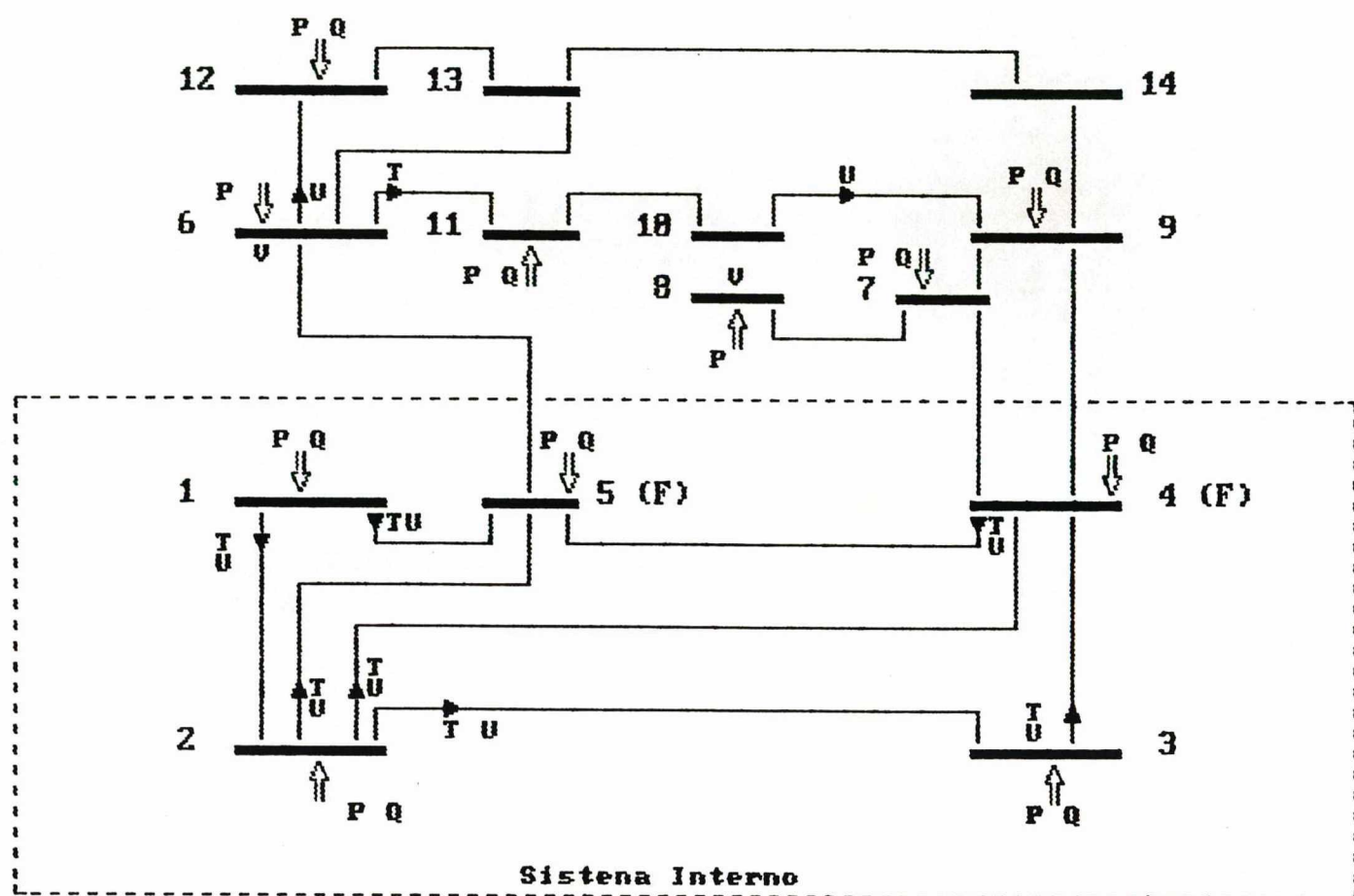


Figura A - 4

# SISTEMA IEEE - 14 BARRAS

Plano de Medicao - 2

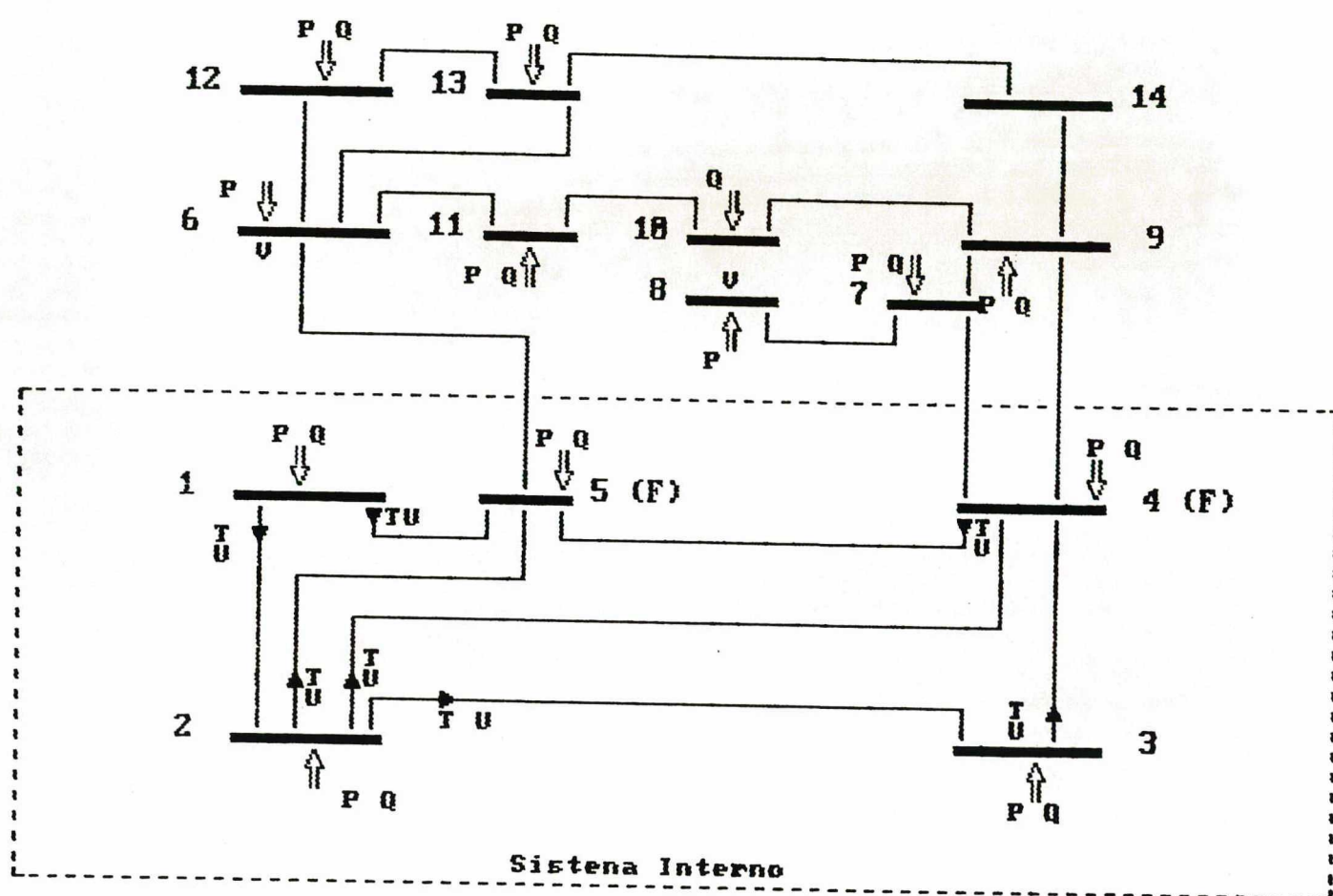


Figura A - 5



Tabela A-6 Condições de Operação do Sistema de 14 Barras do IEEE.

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----					----- X ----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
1	1.0600	0.0000	2.324	-0.1678	-----				
					1	2	1.569	-0.2040	
2	1.0450	-4.9824	0.1830	0.2964	2	5	0.7557	0.3625E-01	
					-----				
					1	1	-1.526	0.2767	
					3	3	0.7317	0.3567E-01	
					4	4	0.5617	-0.2511E-01	
3	1.0100	-12.7190	-0.9420	0.4170E-01	5	5	0.4154	0.9120E-02	
					-----				
					3	2	-0.7085	0.1580E-01	
4	1.0190	-10.3330	-0.4780	-0.3447E-01	6	4	-0.2335	0.2590E-01	
					-----				
					4	2	-0.5449	0.3621E-01	
					6	3	0.2372	-0.5206E-01	
					7	5	-0.6111	0.1719	
					8	7	0.2816	-0.1492	
5	1.0200	-8.7830	-0.7600E-01	-0.3416	9	9	0.1592	-0.4130E-01	
					-----				
					2	1	-0.7280	0.2467E-01	
					5	2	-0.4064	-0.1777E-01	
					7	4	0.6163	-0.1688	
6	1.0700	-14.6421	-0.1120	0.4077	10	6	0.4421	-0.1797	
					-----				
					10	5	-0.4421	0.2349	
					11	11	0.7354E-01	0.5989E-01	
					12	12	0.7857E-01	0.2818E-01	
7	1.0512	-13.4849	0.0000E+00	0.0000E+00	13	13	0.1780	0.8469E-01	
					-----				
					8	4	-0.2816	0.1697	
					14	8	0.4357E-11	-0.2315	
8	1.0900	-13.4849	0.0000E+00	0.2400	15	9	0.2816	0.6182E-01	
					-----				
9	1.0452	-15.1008	-0.2950	0.4150E-01	14	7	-0.4357E-11	0.2400	
					-----				
					9	4	-0.1592	0.5578E-01	
					15	7	-0.2816	-0.5355E-01	
					16	10	0.5252E-01	0.1844E-01	
					17	14	0.9328E-01	0.2082E-01	

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----X-----					----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
10	1.0421	-15.3034	-0.9000E-01	-0.5000E-01					
					16	9	-0.5243E-01	-0.1020E-01	
					18	11	-0.3757E-01	-0.3980E-01	
11	1.0524	-15.0970	-0.3500E-01	-0.1000E-01					
					11	6	-0.7280E-01	-0.5833E-01	
					18	10	0.3780E-01	0.4033E-01	
12	1.0544	-15.4871	-0.6100E-01	-0.1600E-01					
					12	6	-0.7782E-01	-0.2662E-01	
					19	13	0.1682E-01	0.1062E-01	
13	1.0488	-15.5397	-0.1350	-0.5000E-01					
					13	6	-0.1757	-0.8027E-01	
					19	12	-0.1675E-01	-0.1055E-01	
					20	14	0.5747E-01	0.3282E-01	
14	1.0287	-16.3039	-0.1490	-0.5000E-01					
					17	9	-0.9221E-01	-0.1056E-01	
					20	13	-0.5679E-01	-0.3144E-01	

## APÊNDICE B

DIAGRAMAS UNIFILARES, M.A.G.O.s, PARÂMETROS E PLANOS  
DE MEDIÇÃO DO SISTEMA DE 30 BARRAS DO IEEE

O diagrama unifilar com a divisão entre Sistema Interno e Sistema Externo e o plano de medição de referência é mostrado na Figura B-1. As máximas árvores geradoras observáveis obtidas para o primeiro plano de medição estão nas Figuras B-2 e B-3 para a parte ativa e reativa respectivamente. Os planos de medição 1 e 2 estão nas Figuras B-4 e B-5. Finalmente as condições de operação estão apresentadas na Tabela B-6.

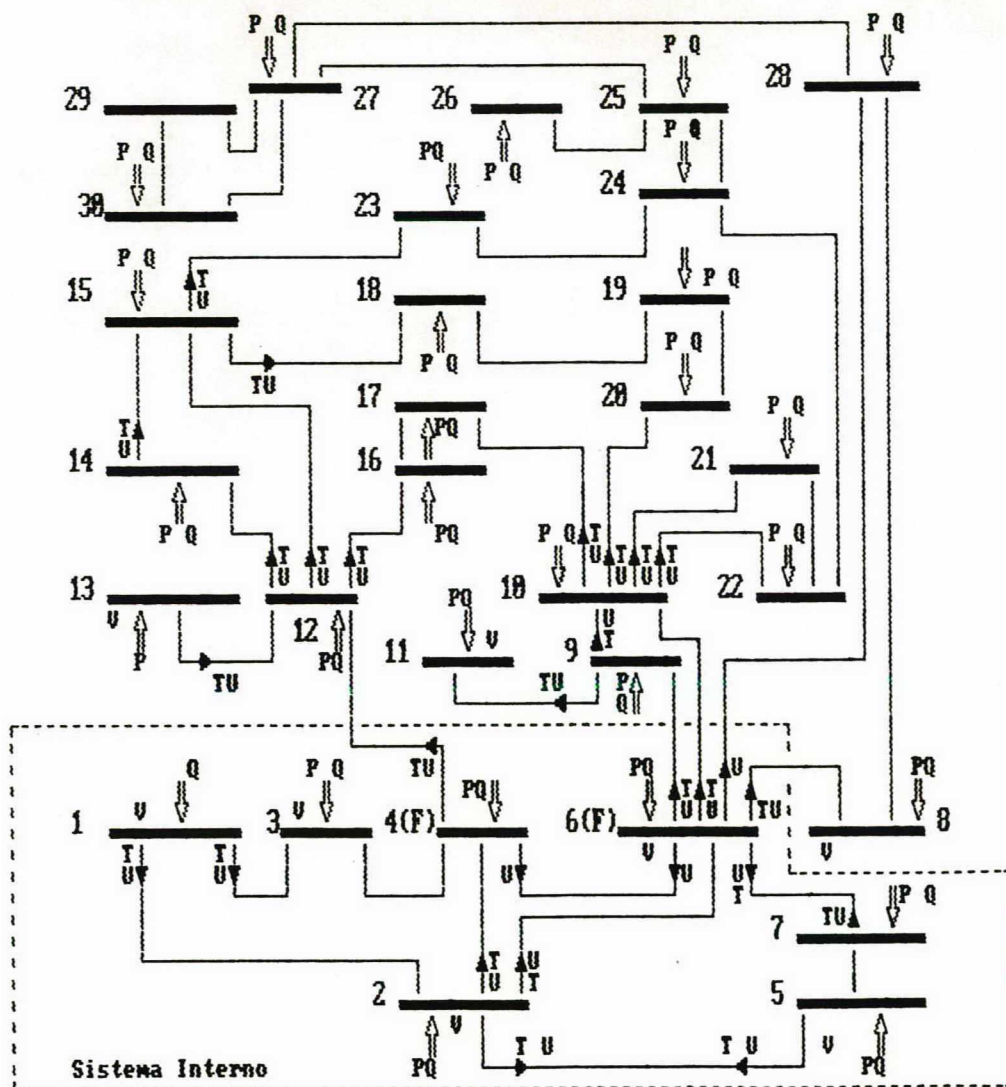


Figura B - 1



# SISTEMA IEEE-30 BARRAS

Maxima Arvore Geradora Observavel  
P-Delta

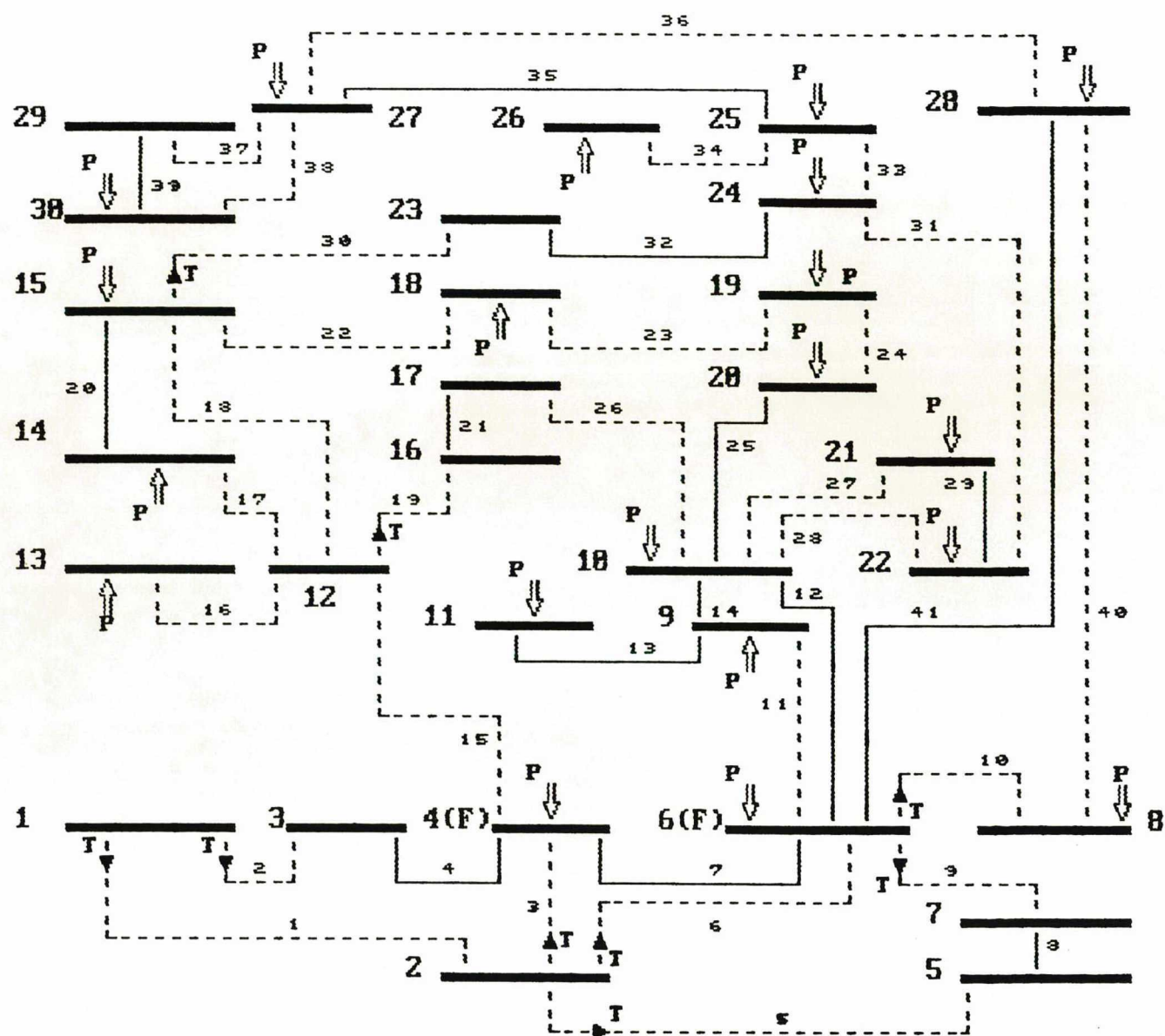


Figura B - 2

# SISTEMA IEEE - 30 BARRAS

Maxima Arvore Geradora Observavel  
Q - U

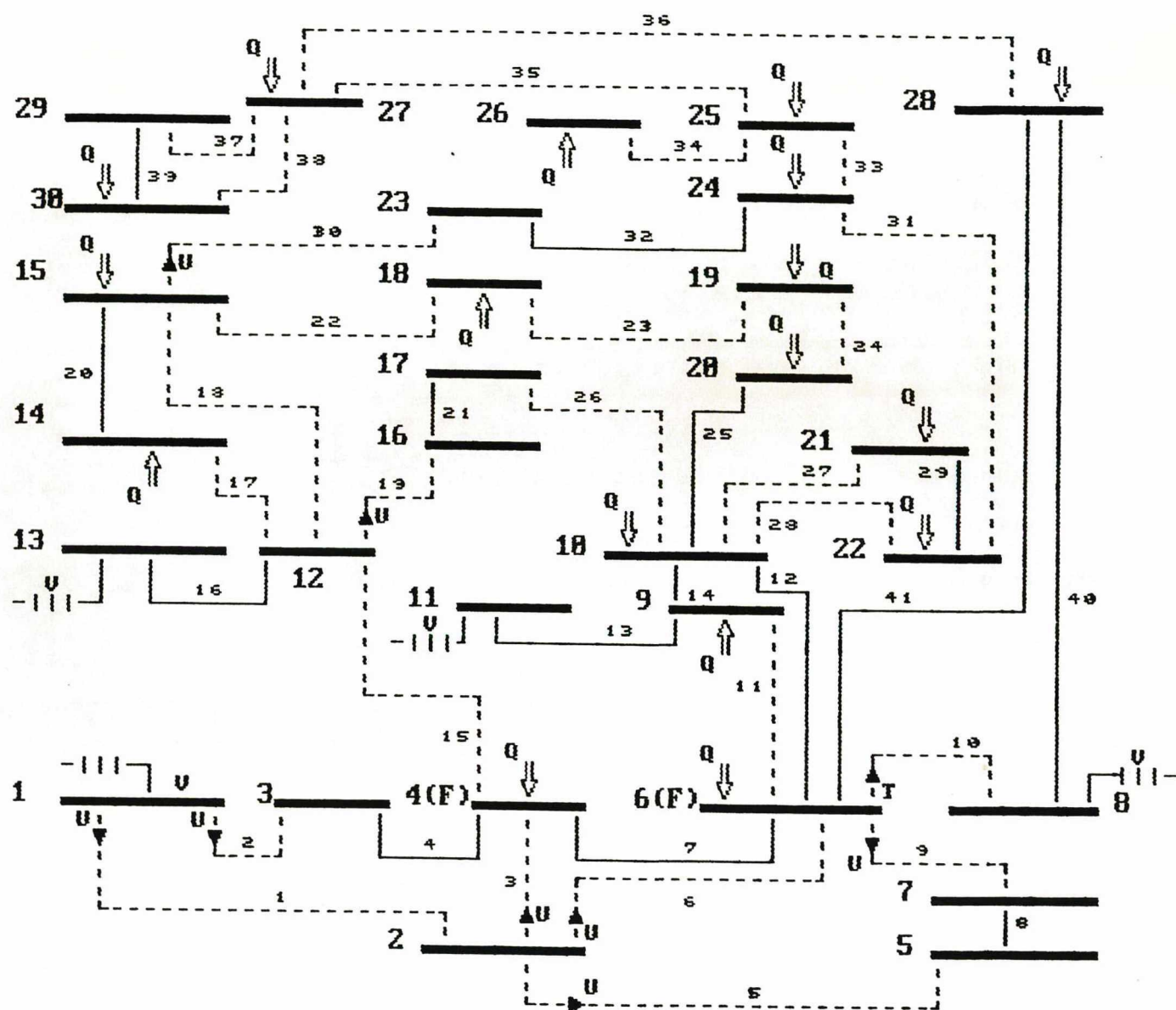


Figura B - 3

# SISTEMA IEEE - 30 BARRAS

Plano de Medicao - 1

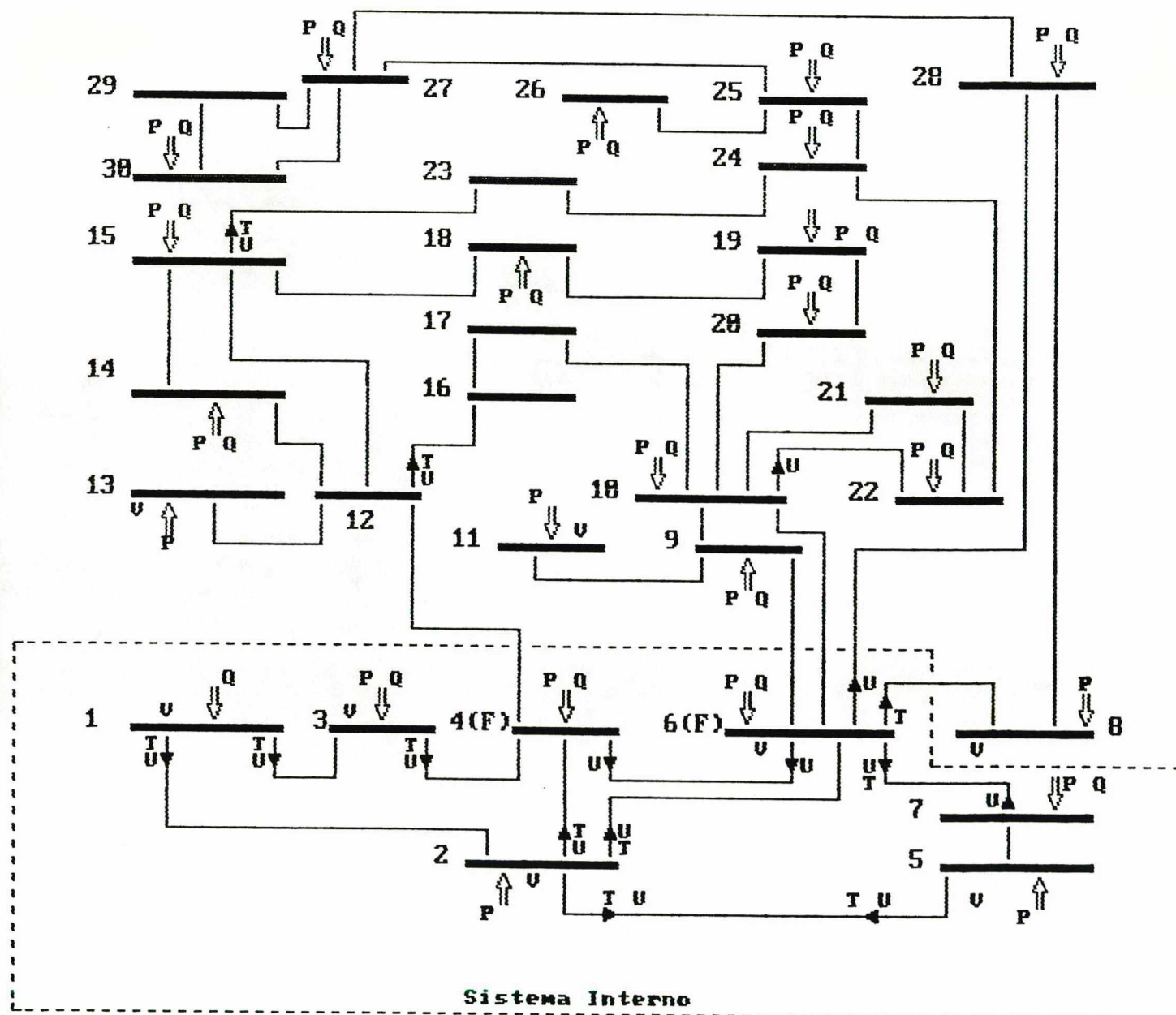


Figura B - 4

# SISTEMA IEEE - 30 BARRAS

Plano de Medicao - 2

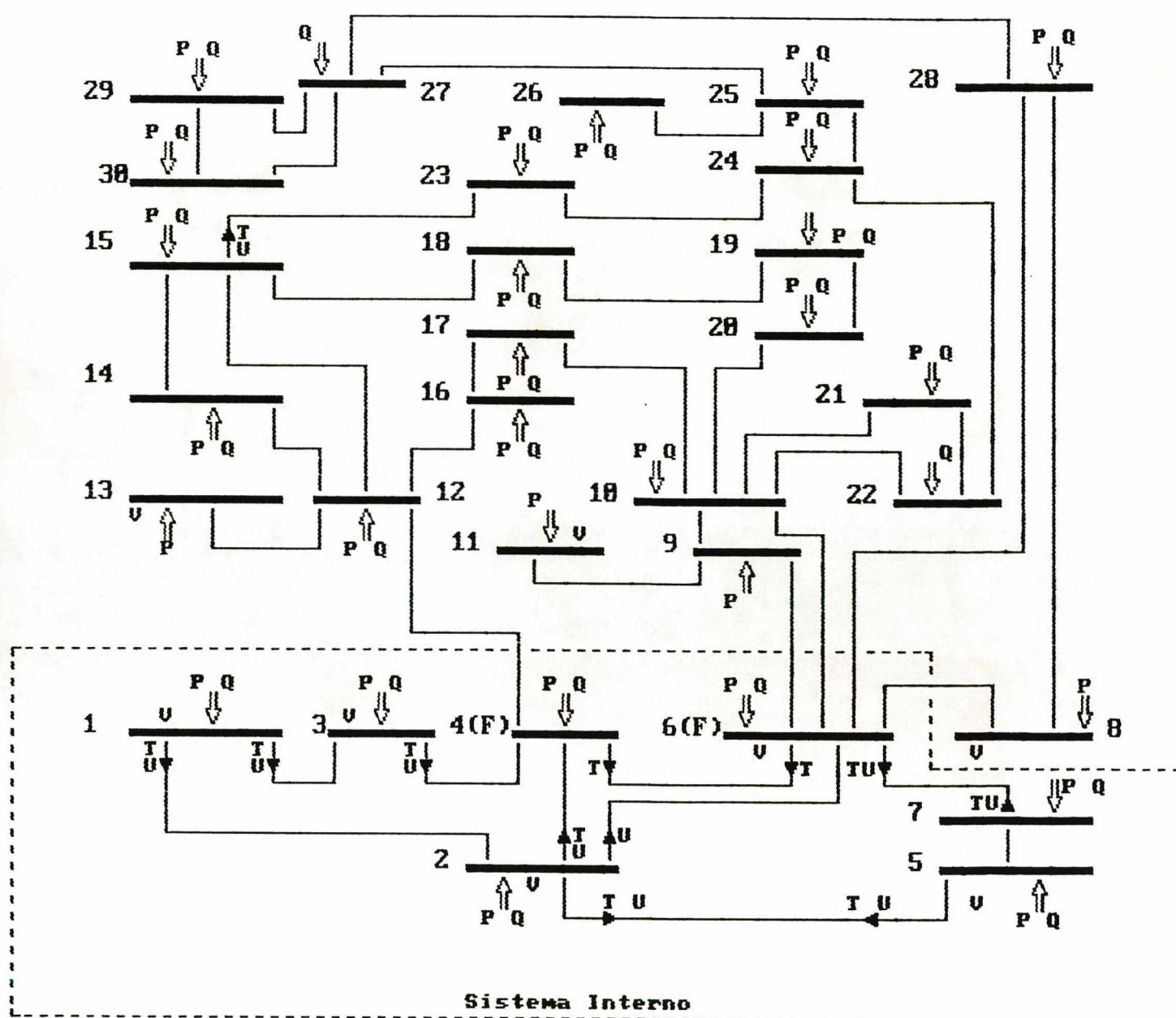


Figura B - 5



Tabela B-8 Condições de Operação do Sistema de 30 Barras do IEEE.

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----X-----					FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
1	1.0500	0.0000	1.386	-0.3401E-01	1	2	0.9058	-0.1423E-01	
					2	3	0.4805	-0.1978E-01	
2	1.0338	-2.7353	0.3586	-0.1245	1	1	-0.8915	-0.2913E-03	
					3	4	0.2926	-0.7054E-01	
					5	5	0.5801	0.1671E-01	
					6	6	0.3774	-0.7037E-01	
3	1.0323	-4.7032	-0.2400E-01	-0.1200E-01	2	1	-0.4711	0.1434E-01	
					4	4	0.4471	-0.2628E-01	
4	1.0275	-5.6341	-0.7600E-01	-0.1600E-01	3	2	-0.2879	0.4578E-01	
					4	3	-0.4446	0.2449E-01	
					7	6	0.3826	-0.9030E-02	
					15	12	0.2740	-0.7716E-01	
5	1.0058	-8.9854	-0.6964	0.2240E-01	5	2	-0.5652	0.2536E-02	
					8	7	-0.1312	0.1986E-01	
6	1.0234	-6.4999	0.0000E+00	0.0000E+00	6	2	-0.3695	0.5471E-01	
					7	4	-0.3809	0.5305E-02	
					9	7	0.3635	0.6374E-01	
					10	8	-0.1079E-01	0.7880E-02	
					11	9	0.1525	-0.1165	
					12	10	0.1206	-0.2357E-01	
					41	28	0.1246	0.8500E-02	
					8	5	0.1320	-0.3848E-01	
7	1.0085	-8.0473	-0.2280	-0.1090	9	6	-0.3600	-0.7052E-01	
					10	6	0.1079E-01	-0.1729E-01	
8	1.0230	-6.4670	0.5000E-01	-0.3903E-01	40	28	0.3924E-01	-0.2174E-01	
					11	6	-0.1525	0.1238	
9	1.0475	-8.1952	0.0000E+00	0.0000E+00	13	11	-0.1793	-0.2175	
					14	10	0.3319	0.9374E-01	

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----					----- X ----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
10	1.0383	-10.1182	-0.5800E-01	0.1904	12	6	-0.1206	0.3159E-01	
					14	9	-0.3319	-0.8182E-01	
					25	20	0.9201E-01	0.3886E-01	
					26	17	0.5502E-01	0.4884E-01	
					27	21	0.1659	0.1043	
					28	22	0.8148E-01	0.4866E-01	
11	1.0913	-6.3257	0.1793	0.2326	13	9	0.1793	0.2326	
12	1.0490	-9.3647	-0.1120	-0.7500E-01	15	4	-0.2740	0.9681E-01	
					16	13	-0.1691	-0.2929	
					17	14	0.7917E-01	0.2399E-01	
					18	15	0.1812	0.6822E-01	
					19	16	0.7876E-01	0.2887E-01	
13	1.0083	-8.1764	0.1691	0.3074	16	12	0.1691	0.3074	
14	1.0340	-10.2787	-0.6200E-01	-0.1600E-01	17	12	-0.7840E-01	-0.2240E-01	
					20	15	0.1639E-01	0.6410E-02	
15	1.0292	-10.3786	-0.8200E-01	-0.2500E-01	18	12	-0.1789	-0.6377E-01	
					20	14	-0.1633E-01	-0.6352E-02	
					22	18	0.5848E-01	0.1426E-01	
					30	23	0.5476E-01	0.3889E-01	
16	1.0372	-9.9612	-0.3500E-01	-0.1800E-01	19	12	-0.7825E-01	-0.2781E-01	
					21	17	0.3524E-01	0.9823E-02	
17	1.0326	-10.2821	-0.9000E-01	-0.5800E-01	21	16	-0.3514E-01	-0.9582E-02	
					26	10	-0.5486E-01	-0.4842E-01	
18	1.0202	-10.9924	-0.3200E-01	-0.9000E-02	22	15	-0.5812E-01	-0.1351E-01	
					23	19	0.2611E-01	0.4514E-02	
19	1.0180	-11.1625	-0.9500E-01	-0.3400E-01	23	18	-0.2606E-01	-0.4427E-02	
					24	20	-0.6896E-01	-0.2956E-01	
20	1.0222	-10.9597	-0.2200E-01	-0.7000E-02	24	19	0.6914E-01	0.2993E-01	
					25	10	-0.9115E-01	-0.3693E-01	

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----					----- X ----- FLUXO NAS LINHAS -----					
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP	
21	1.0252	-10.5917	-0.1750	-0.1120	-----					
					27	10	-0.1647	-0.1016		
					29	22	-0.1034E-01	-0.1034E-01		
22	1.0256	-10.5049	0.0000E+00	0.0000E+00	-----					
					28	10	-0.0007E-01	-0.4740E-01		
					29	21	0.1034E-01	0.1034E-01		
					31	24	0.7051E-01	0.3707E-01		
23	1.0179	-10.8144	-0.3200E-01	-0.1600E-01	-----					
					30	15	-0.5430E-01	-0.3014E-01		
					32	24	0.2237E-01	0.1414E-01		
24	1.0112	-11.0468	-0.0700E-01	-0.2532E-01	-----					
					31	22	-0.6902E-01	-0.3599E-01		
					32	23	-0.2228E-01	-0.1396E-01		
					33	25	0.5100E-02	0.2463E-01		
25	1.0022	-10.8794	0.0000E+00	0.0000E+00	-----					
					33	24	-0.4904E-02	-0.2443E-01		
					34	26	0.3546E-01	0.2369E-01		
					35	27	-0.3040E-01	0.7435E-03		
26	0.9843	-11.3120	-0.3500E-01	-0.2300E-01	-----					
					34	25	-0.3500E-01	-0.2300E-01		
27	1.0054	-10.5132	0.0000E+00	0.0000E+00	-----					
					35	25	0.3050E-01	-0.5504E-03		
					36	28	-0.1635	-0.3294E-01		
					37	29	0.6194E-01	0.1670E-01		
					38	30	0.7090E-01	0.1674E-01		
28	1.0205	-6.8952	0.0000E+00	0.0000E+00	-----					
					36	27	0.1635	0.4384E-01		
					40	8	-0.3914E-01	-0.2265E-01		
					41	6	-0.1244	-0.2117E-01		
29	0.9852	-11.7881	-0.2400E-01	-0.9000E-02	-----					
					37	27	-0.6105E-01	-0.1509E-01		
					39	30	0.3705E-01	0.6009E-02		
30	0.9735	-12.7042	-0.1060	-0.1900E-01	-----					
					38	27	-0.6929E-01	-0.1357E-01		
					39	29	-0.3670E-01	-0.5431E-02		

## APÊNDICE C

DIAGRAMAS UNIFILARES, M.A.G.O.s, PARÂMETROS E PLANOS  
DE MEDIÇÃO DO SISTEMA DE 48 BARRAS DA ELETROSUL-CELESC

O diagrama unifilar com a divisão entre Sistema Interno e Sistema Externo e o plano de medição de referência para o sistema de 48 barras e 65 linhas é mostrado na Figura C-1. As tensões de barra para este sistema, que faz parte do sistema Eletrosul-Celelesc, estão na faixa de 138 Kv-230 Kv. Este sistema já foi anteriormente utilizado em estudos na estimação de estados de Sistema de Potência em [55, 56, 57]. As máximas árvores geradoras observáveis obtidas para o primeiro plano de medição encontram-se nas Figuras C-2 e C-3 para a parte ativa e reativa respectivamente. Os planos de medição 1 e 2 estão nas Figuras C-4 e C-5 respectivamente. A Figura C-6 apresenta uma região do Sistema Externo que apresentou problemas de não-observabilidade numérica devido às combinações dos parâmetros da rede, variâncias dos medidores e valores das medidas. Finalmente as condições de operação para este sistema são apresentadas na Tabela C-7.



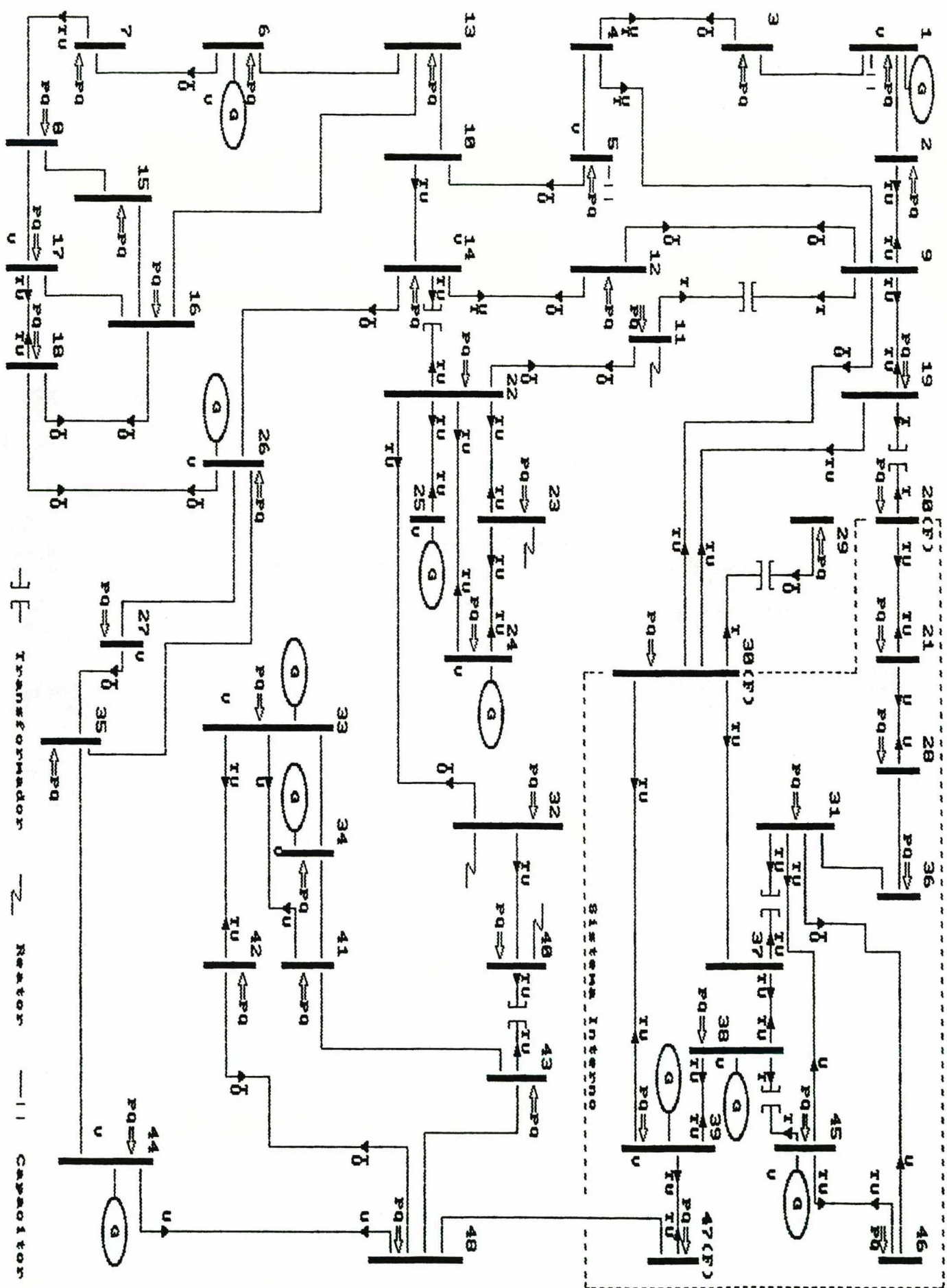


Figura C - 1

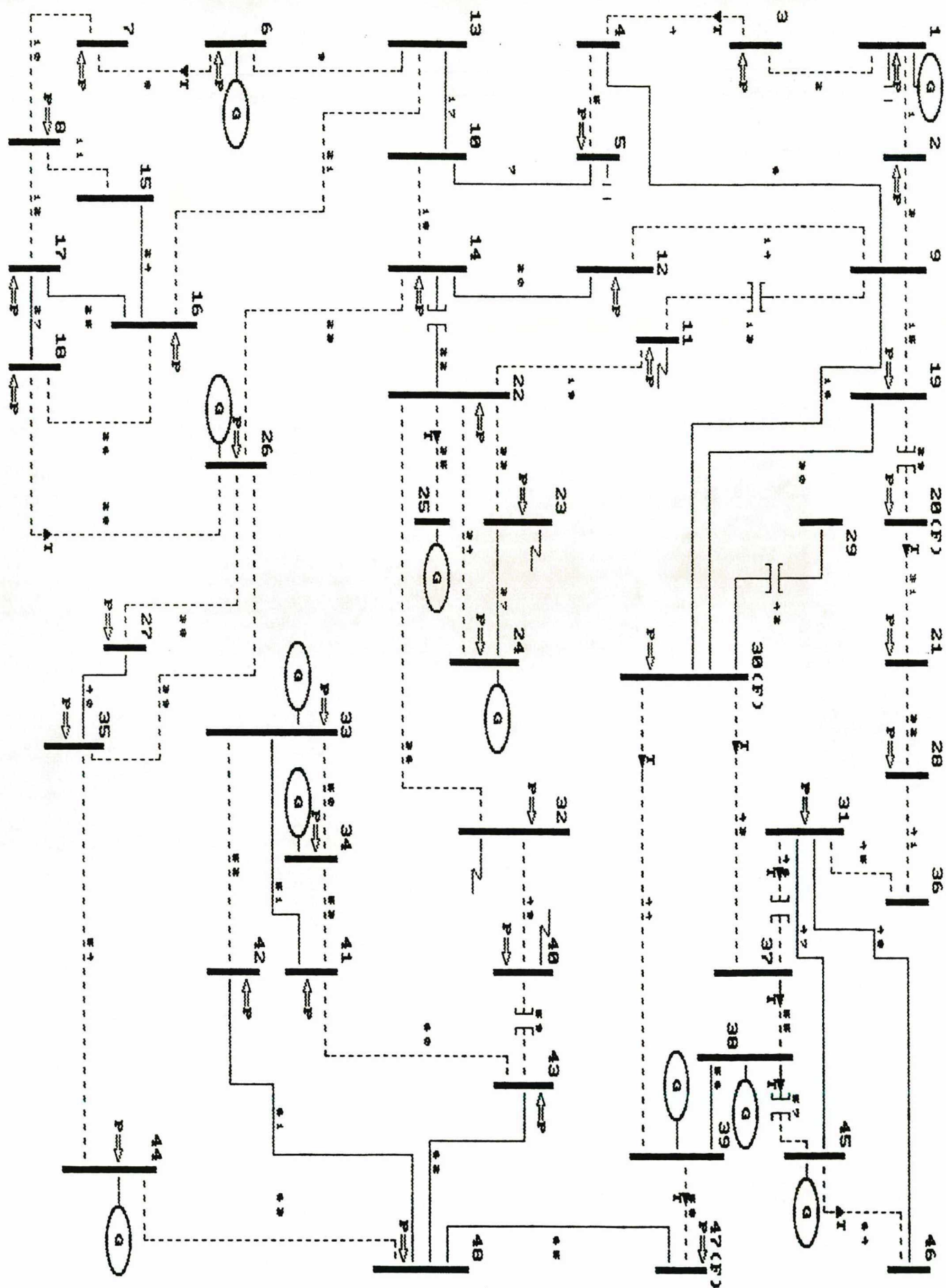


Figura C - 2

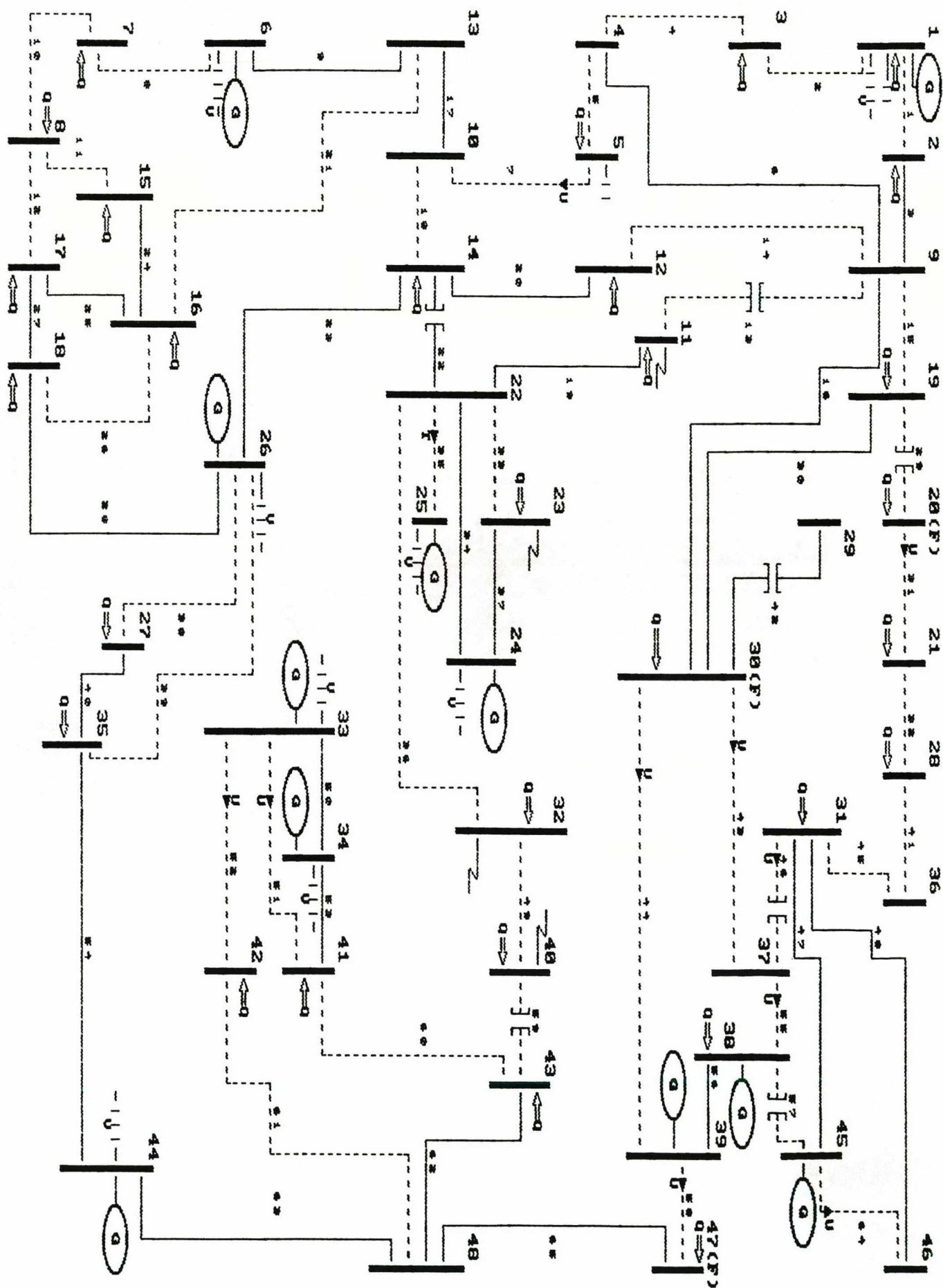


Figura C - 3





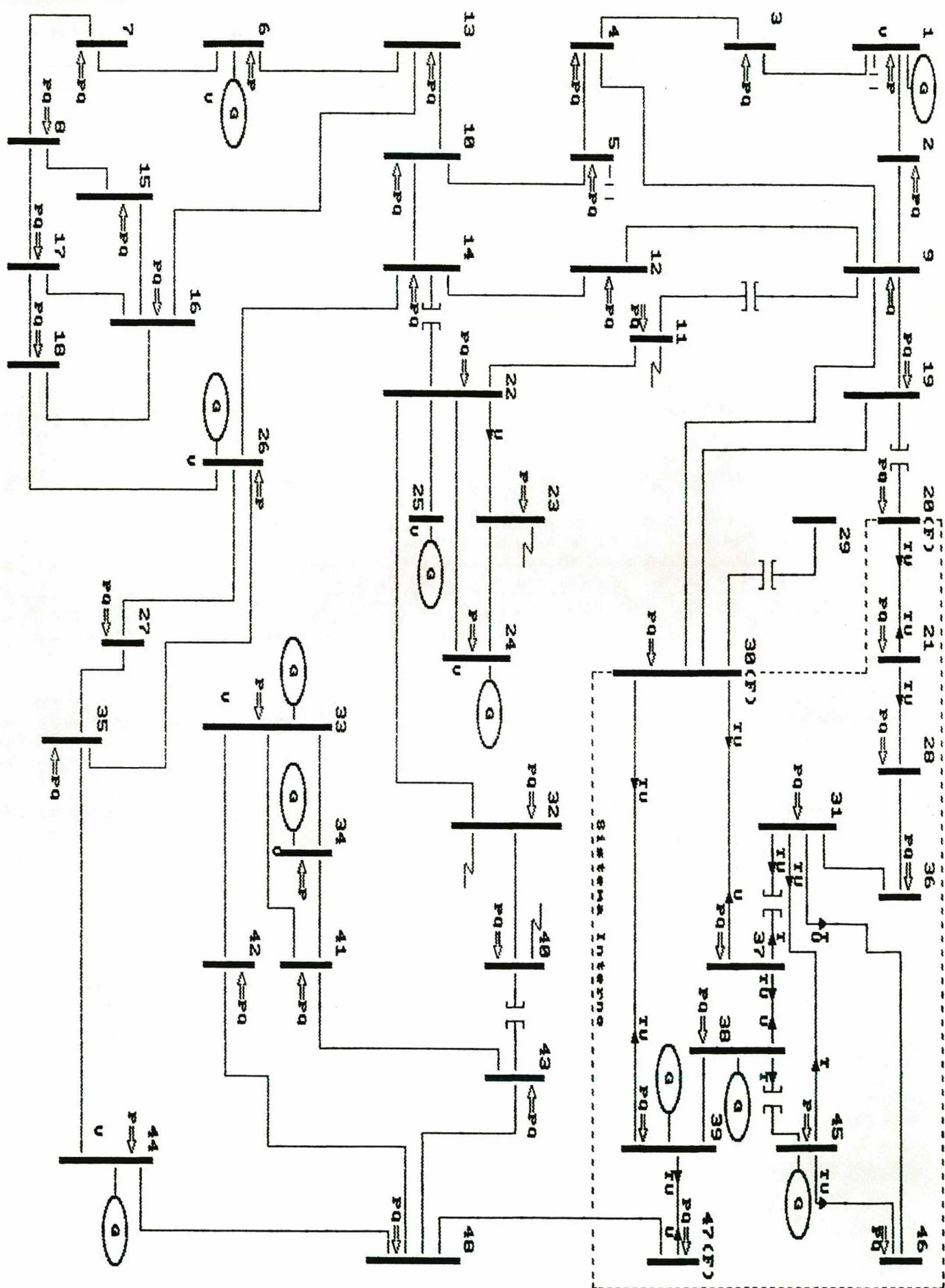


Figura C - 5

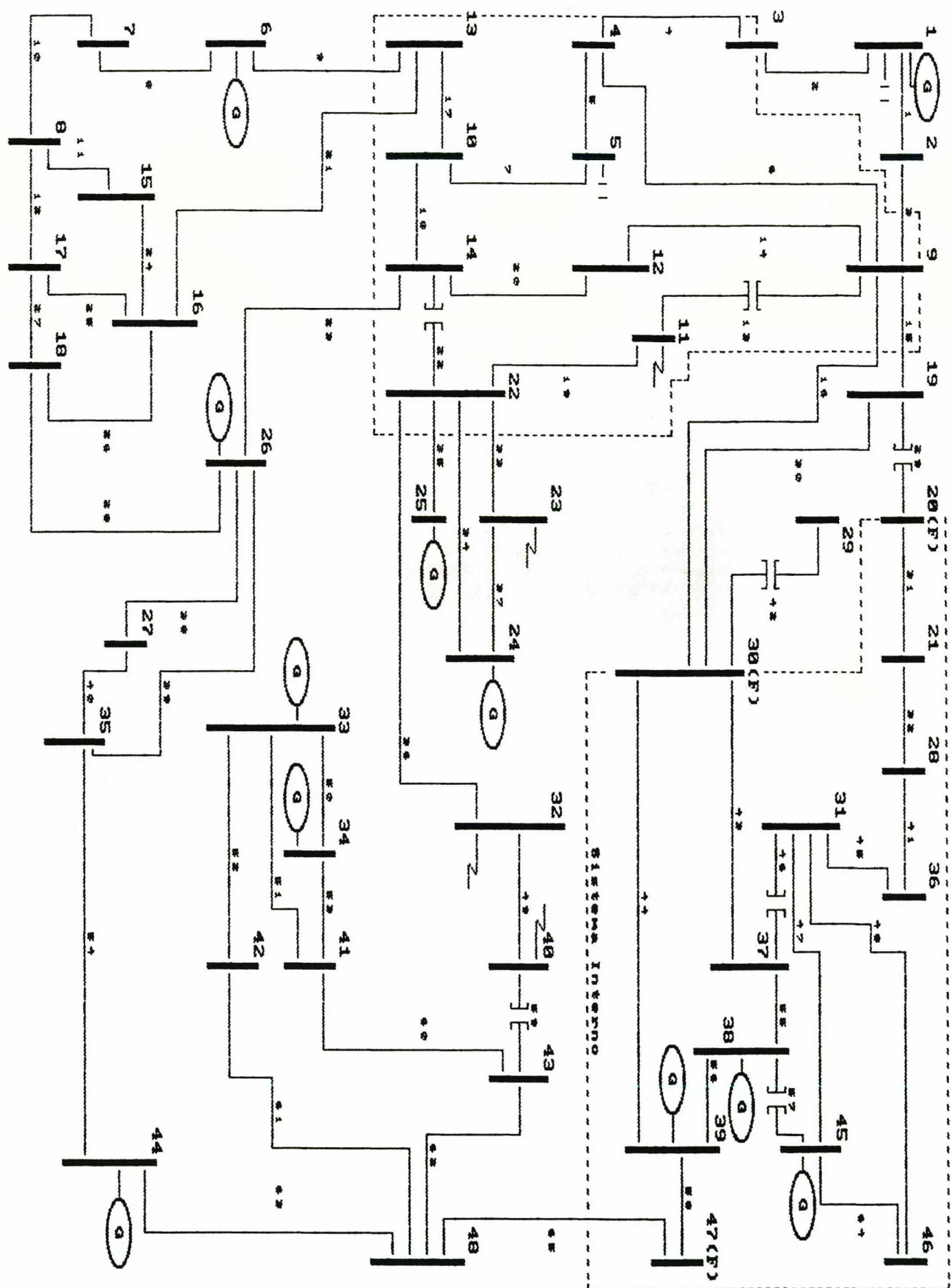


Figura C - 6



Tabela C-7 Condições de Operação do Sistema de 48 Barras Eletrosul-Celesc

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----X-----					----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
1	1.0500	0.0000	15.07	-1.313					
					35	22	15.07	-1.313	
2	1.0144	-9.9337	-1.004	-0.4358					
					1	25	-0.7877	-0.3843	
					3	9	-0.2163	-0.5148E-01	
3	1.0025	-10.5539	-0.5998	-0.5598					
					2	25	-1.170	-0.5795	
					4	4	0.5705	0.1967E-01	
4	0.9998	-11.1532	-0.9962	-0.6202					
					4	3	-0.5694	-0.4598E-01	
					5	5	0.7435	-0.1595	
					6	9	-1.170	-0.4148	
5	0.9960	-15.2309	-0.2640	0.2010E-01					
					5	4	-0.7333	0.4907E-01	
					7	10	0.4692	-0.2895E-01	
6	1.0000	-34.9751	-0.7012	0.4059					
					8	7	0.2322	0.1055	
					9	13	-1.013	0.3004	
7	0.9953	-35.2723	-0.4494	-0.1141					
					8	6	-0.2319	-0.1040	
					10	8	-0.2175	0.6990E-01	
8	0.9921	-34.7665	-0.6604	0.3620					
					10	7	0.2179	-0.1035	
					11	15	-0.3778	0.3704	
					12	17	-0.5005	0.1759	
9	1.0165	-9.5368	-0.9054	-0.1690					
					3	2	0.2166	-0.1359E-01	
					6	4	1.178	0.4086	
					13	11	-4.991	-0.4666	
					14	12	-0.5709	-0.2047	
					15	19	2.166	0.1411	
					16	30	1.096	-0.3374E-01	
10	0.9943	-15.0171	-0.3001	-0.1790					
					7	5	-0.4683	-0.4169E-02	
					17	13	1.578	-0.1025	
					18	14	-1.410	0.7025E-02	
11	1.0190	-7.0122	0.0000E+00	-1.559					
					13	9	4.991	0.6106	
					19	22	-4.991	-2.178	

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----X-----					----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
12	1.0440	-5.7792	0.0000E+00	0.0000E+00	14	9	0.5789	0.1615E-01	
					20	14	-0.5789	-0.1615E-01	
13	0.9866	-20.4501	-0.2522	0.6200E-01	9	6	1.037	-0.3550	
					17	10	-1.512	0.3000	
					21	16	0.2233	0.1171	
14	1.0470	-1.5165	-0.4494	-0.8390E-01	18	10	1.400	0.3530E-01	
					20	12	0.5872	-0.1956	
					22	22	-1.785	-0.2217	
					23	26	-0.7311	0.2981	
15	0.9592	-32.6183	-1.010	-0.2832	11	8	0.3026	-0.5657	
					24	16	-1.393	0.2825	
16	0.9578	-29.7096	-0.7728	-0.4160E-01	21	13	-0.2212	-0.2863	
					24	15	1.405	-0.3065	
					25	17	-0.4247	0.1695	
					26	18	-1.532	0.3816	
17	0.9504	-20.0505	-0.9452	-0.2662	12	8	0.5147	-0.4246	
					25	16	0.4275	-0.2443	
					27	18	-1.887	0.4027	
18	0.9567	-17.9784	0.0000E+00	0.0000E+00	26	16	1.594	-0.2411	
					27	17	1.952	-0.1923	
					28	26	-3.547	0.4337	
19	0.9871	-15.2641	0.0000E+00	0.0000E+00	15	9	-2.124	-0.2529	
					29	20	2.272	0.6471	
					30	30	-0.1490	-0.3942	
20	0.9695	-19.4723	-1.935	-0.5631	29	19	-2.272	-0.4700	
					31	21	0.3373	-0.9309E-01	
21	0.9655	-21.5605	-0.6954	-0.6460E-01	31	20	-0.3340	0.1413E-01	
					32	28	-0.3614	-0.7873E-01	

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----					----- X ----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
22	1.0498	-0.3557	0.0000E+00	0.0000E+00	-----				
					19	11	5.037	-0.7428	
					22	14	1.785	0.2585	
					33	23	6.246	0.6784	
					34	24	-3.185	0.5409	
					35	1	-15.06	1.206	
					36	32	5.180	-1.941	
23	1.0075	-7.0709	-14.48	-3.863	-----				
					33	22	-6.183	-2.510	
					37	24	-8.297	-1.353	
24	1.0357	1.9533	11.60	-1.995	-----				
					34	22	3.197	-2.169	
					37	23	0.403	0.1743	
25	1.0500	-7.0617	1.980	0.8592	-----				
					1	2	0.7979	0.2981	
					2	3	1.190	0.5611	
26	1.0150	2.0643	6.500	-1.091	-----				
					23	14	0.7434	-0.0095	
					28	18	3.796	0.2543	
					38	27	1.013	-0.2535	
					39	35	0.9551	-0.2820	
27	1.0170	-2.0018	-0.1554	-0.5440E-01	-----				
					38	26	-0.9967	0.1881	
					40	35	0.0413	-0.2425	
28	0.9746	-20.3232	-0.1350	-0.4400E-01	-----				
					32	21	0.3635	0.3855E-01	
					41	36	-0.4985	-0.0255E-01	
29	0.9856	-17.4465	-1.330	-0.3576	-----				
					42	30	-1.330	-0.3576	
30	0.9975	-15.0854	0.0000E+00	0.0000E+00	-----				
					16	9	-1.087	-0.2724	
					30	19	0.1496	0.1748	
					42	29	1.330	0.4171	
					43	37	0.1200E-02	-0.1596	
					44	39	-0.3939	-0.1599	
31	0.9959	-17.7003	-0.2116	-0.5330E-01	-----				
					45	36	1.112	0.2832	
					46	37	-0.7207	-0.9144E-01	
					47	45	-0.3750	-0.1418	
					48	46	-0.2276	-0.1033	



----- VARIÁVEIS DE BARRA -----					-X-	----- FLUXO NAS LINHAS -----			
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
32	1.0589	-5.6053	0.0000E+00	-1.123					
					36	22	-5.146	-0.2431	
					49	40	5.146	-0.0799	
33	1.0220	-14.8800	-0.2501	-0.2137					
					50	34	-0.7322	-0.1064	
					51	41	0.4498	0.1889E-01	
					52	42	0.3229E-01	-0.1262	
34	1.0420	-7.7525	1.496	-0.3009					
					50	33	0.7487	-0.1475	
					53	41	0.7473	-0.1534	
35	1.0198	-6.6065	-1.461	-0.1371					
					39	26	-0.9273	0.1424	
					40	27	-0.0303	0.1553	
					54	44	0.2966	-0.4348	
36	0.9855	-18.7542	-0.6030	-0.2329					
					41	28	0.5024	0.4509E-01	
					45	31	-1.105	-0.2780	
37	1.0025	-15.1516	0.0000E+00	0.0000E+00					
					43	30	-0.1174E-02	-0.9118E-01	
					46	31	0.7207	0.1242	
					55	38	-0.7195	-0.3305E-01	
38	1.0140	-10.7432	1.100	-0.7318					
					55	37	0.7302	-0.9816E-01	
					56	39	-0.2887	0.5726E-01	
					57	45	0.6585	-0.6909	
39	1.0140	-10.7348	2.200	-0.2328					
					44	30	0.3998	-0.1472	
					56	38	0.2887	-0.5824E-01	
					58	47	1.511	-0.2744E-01	
40	1.0217	-13.8955	0.0000E+00	-1.565					
					49	32	-5.085	-2.435	
					59	43	5.085	0.0696	
41	1.0161	-15.9244	-3.028	-0.2132					
					51	33	-0.4482	-0.0755E-01	
					53	34	-0.7283	-0.1402	
					60	43	-1.851	0.1459E-01	
42	1.0255	-15.0526	0.0000E+00	0.0000E+00					
					52	33	-0.3220E-01	0.5867E-02	
					61	40	0.3220E-01	-0.5867E-02	
43	1.0168	-15.6486	-3.485	-1.024					
					59	40	-5.085	-0.7102	
					60	41	1.853	-0.9581E-01	
					62	40	-0.2529	-0.2100	

----- VARIÁVEIS DE BARRA -----					----- X ----- FLUXO NAS LINHAS -----				
BARRA	MAGNITUDE DE TENSÃO	ÂNGULO	P	Q	LINHA	PARA BARRA	FLUXO ATIVO	FLUXO REATIVO	TAP
44	1.0290	-7.3638	0.8896	-0.3663	-----				
					54	35	-0.2954	0.1576	
					63	48	1.185	-0.5240	
45	1.0550	-12.8299	0.2297	1.000	-----				
					47	31	0.3860	0.1136	
					57	38	-0.6585	0.7433	
					64	46	0.5022	0.1539	
46	1.0211	-15.7470	-0.2635	-0.8550E-01	-----				
					48	31	0.2304	0.7041E-01	
					64	45	-0.4939	-0.1559	
47	1.0061	-12.7999	-1.313	-0.3746	-----				
					58	39	-1.501	-0.9044E-01	
					65	48	0.1879	-0.2842	
48	1.0218	-15.1127	-1.119	-0.4274	-----				
					61	42	-0.3214E-01	-0.1126	
					62	43	0.2535	-0.7084E-01	
					63	44	-1.154	-0.1868	
					65	47	-0.1861	-0.5710E-01	

## APÊNDICE D

### TEOREMAS E LEMAS BÁSICOS DOS MATRÓIDES PONDERADOS [47, 48, 49]

A seguir apresentam-se alguns lemas e teoremas importantes correspondentes aos matróides ponderados :

**Lema 1 :** Para um matróide qualquer :  $\mathbf{Mp}=(S,\mathfrak{I})$ , seja  $X$  um subconjunto formado por  $k$  elementos e que pertence à coleção de conjuntos independentes  $\mathfrak{I}$ . Define-se uma nova coleção de conjuntos independentes  $\mathfrak{I}^k$ , onde cada conjunto independente que pertence à nova coleção está formado por  $k$  elementos, isto é :

$$\mathfrak{I}^k = \{X : X \in \mathfrak{I}, |X| = k \}$$

Diz-se que o subconjunto independente  $I \in \mathfrak{I}^k$  é  $s$ -maximal em  $\mathfrak{I}^k$ , se e somente se:

- 1) Para cada elemento  $x \notin I$ , e  $I+x \notin \mathfrak{I}$ , verifica-se que o peso de  $x$  é menor ou igual que o peso de qualquer elemento pertencente ao circuito  $C(I,x)$  formado pelo conjunto  $I$  e o elemento  $x$ . Ou seja :  $s(x) \leq s(y)$ , para cada  $y \in C(I,x)$ ;

- 2) Para cada elemento  $x \notin I$ , e  $I+x \in \mathcal{I}$ , verifica-se que o peso do elemento  $x$  é menor ou igual ao peso de qualquer elemento do conjunto  $I$ , ou seja :  $s(x) \leq s(y)$  para cada  $y \in I$ ,

onde  $C(I, x)$  denota um único circuito em  $(I+x)$ . Para esclarecer o Lema 1, apresenta-se o seguinte exemplo :

Seja o matróide ponderado  $MP(S, \mathcal{I})$  do grafo de medição **ZMP** da Figura D-1 ,

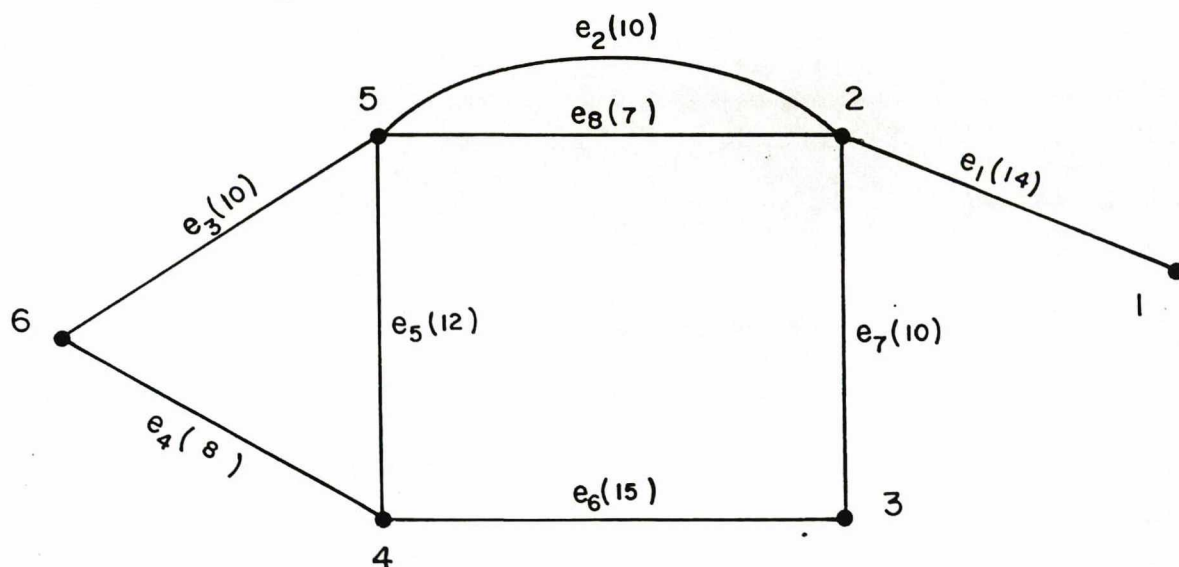
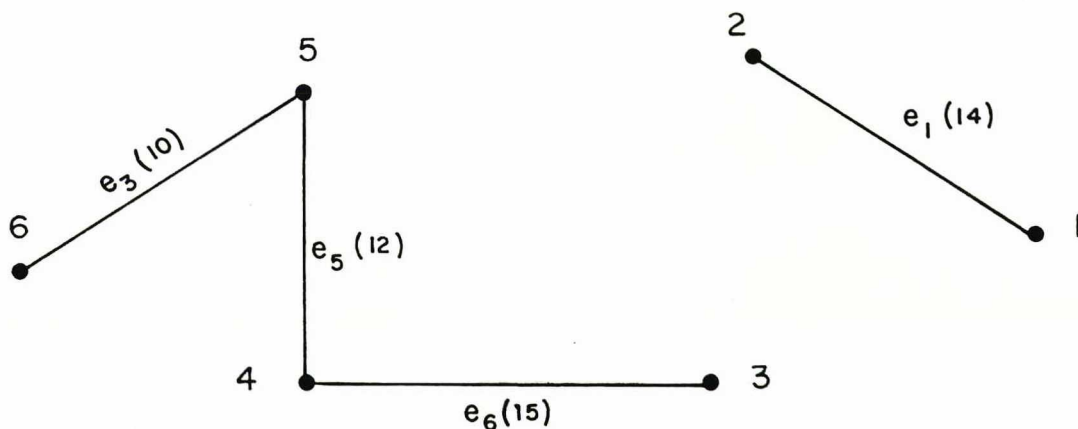


Figura D -1 Grafo Ponderado de Medição ZMP

Seja o conjunto independente  $I$  (Figura D-2), formado por quatro elementos ( $k=4$ ), do grafo **ZMP** da Fig. D -1 :



$$I = \{e_1, e_3, e_5, e_6, e_7\}$$

Figura D -2 Conjunto Independente I de ZMP

O conjunto I é s-maximal em  $\mathfrak{Z}^4$  se e somente se os quesitos do Lema 1 são satisfeitos. Para o conjunto independente I da Fig. 4.3-2 tem-se :

- 1) Sejam os elementos (arestas) do grafo ZMP que não pertencem a I, isto é :

$$X = \{x_i : x \notin I\} = \{e_2, e_4, e_7, e_8\}$$

Sejam os elementos de X que cumprem com a condição  $I + x \notin \mathfrak{Z}$  :

$$X = \{x_i : x \notin I, I + x_i \notin \mathfrak{Z}\} = \{e_4\}$$

Verifica-se que o peso de  $e_4$  é menor que o peso de qualquer elemento que pertence ao circuito  $C(I, e_4)$ , isto é :

Como :

$$C(I, e_4) = \{e_3, e_4, e_5\}$$

então :

$$s(e_4) \leq s(e_5) \quad ; \quad 10 < 12$$

$$s(e_4) \leq s(e_3) \quad ; \quad 10 = 10$$

2) Sejam os elementos que satisfazem a condição  $x \in I, I + x_1 \in \mathcal{J}$  :

$$E = \{ x_1 \in I, I + x_1 \in \mathcal{J} \} = \{e_2, e_7, e_8\}$$

Para cada elemento de  $E$  verifica-se que o peso associado é menor ou igual ao peso de qualquer elemento de  $I$ , ou seja :

$$s(e_7) \leq s(e_1) \quad , \quad 10 < 14$$

$$s(e_7) \leq s(e_3) \quad , \quad 10 = 10$$

$$s(e_7) \leq s(e_5) \quad , \quad 10 < 12$$

$$s(e_7) \leq s(e_6) \quad , \quad 10 < 15$$

O mesmo é verificado para os elementos  $e_2$  e  $e_8$ . Note-se que  $C(I, e_4)$  é o único circuito.

Portanto  $I$  é  $s$ -maximal em  $\mathcal{J}^4$ .

**Lema 2 :** Seja  $B$   $s$ -maximal em  $\mathcal{J}^k$ . Sejam  $x_1, x_2, \dots, x_l$  e  $y_1, y_2, \dots, y_l$  diferentes elementos com  $y_i \in B, x_i \notin B$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ) tal que :

- 1) Para os elementos  $x_i$  que não pertencem a  $B$ , a sua inclusão em  $B$ , forma um conjunto dependente, isto é um circuito  $C(B, x_i)$ . Denomina-se  $y_i$  a cada elemento de  $B$  que faz parte do circuito  $C(B, x_i)$ . Isto é :



$$B + x_i \notin \mathfrak{Z} \quad \text{e} \quad y_i \in C(B, x_i)$$

2) e se os pesos do elemento  $x$  e dos elementos  $y_i$  do circuito  
cumprem :  $s(x_i) = s(y_i)$

3) onde :  $s(y_i) = s(y_j)$  e  $i < j$  implicam que  $y_i \notin C(B, x_j)$ .

Então  $B' = B - \{y_1, y_2, \dots, y_i\} \cup \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$  é também  
 $s$ -maximal em  $\mathfrak{Z}^k$ .

Exemplo : Seja o matróide ponderado  $MP = (E, \mathfrak{Z})$  do grafo de medição  $ZMP$  da  
Figura D-1 e uma base de máximo peso de  $ZMP$  na Figura D-3.

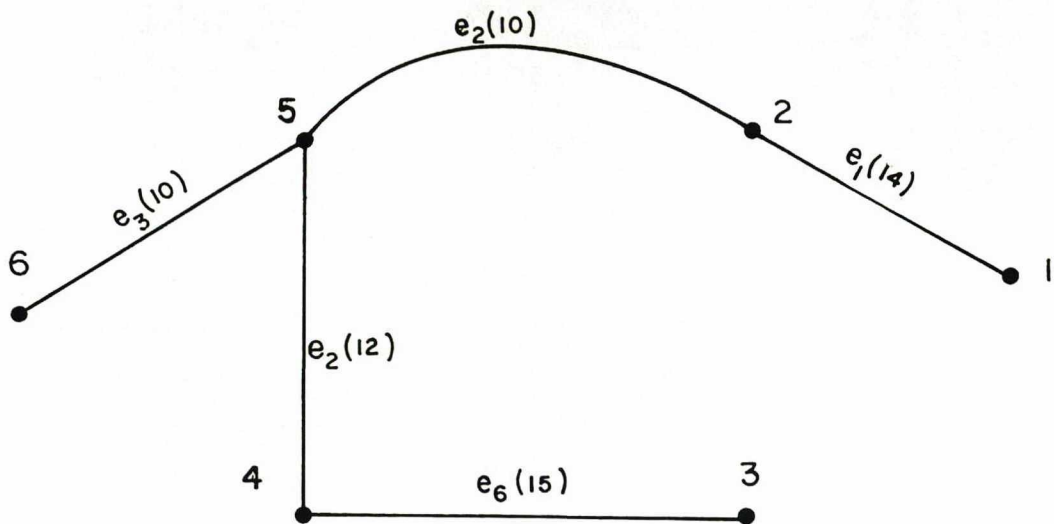


Figura D -3 a) Base de Peso Máximo de ZMP

Seja a base  $B \in \mathfrak{Z}^5$  :

$$B = \{e_1, e_2, e_3, e_5, e_6\}$$

e os elementos que não pertencem a  $B$  :

$$X = \{ x_i : x_i \notin B \} = \{ e_4, e_7, e_8 \}$$

1) Os circuitos que formam B com cada  $x_i$  são :

$$C(B, e_4) = \{ e_3, e_4, e_5 \}$$

$$C(B, e_7) = \{ e_2, e_5, e_6, e_7 \}$$

$$C(B, e_8) = \{ e_2, e_8 \}$$

Os elementos de B que fazem parte dos circuitos acima são :

$$Y = \{ y_i : y_i \in C(B, x_i) \} = \{ e_2, e_3, e_5, e_6 \}$$

2) Os elementos de X que satisfazem o item 2 do Lema são :

$$X = \{ e_7 \}$$

3) Os elementos de Y que satisfazem o item 3 são :

$$s(y_i) = s(y_j) \quad e \quad i < j$$

$$s(e_2) = s(e_3) \quad e \quad 2 < 3$$

$$Y = \{ e_2 \}$$

Logo :

$$B' = B - Y \cup X .$$

$$B' = \{ e_1, e_2, e_3, e_5, e_6 \} - \{ e_2 \} \cup \{ e_7 \}$$

$B' = \{ e_1, e_3, e_5, e_6, e_7 \}$  também tem o máximo peso (s-maximal) em  $\mathfrak{J}^5$ .

**Lema 3 :** Seja o conjunto independente I que pertence à intersecção das coleções de conjuntos independentes  $\mathfrak{J}_1$  e  $\mathfrak{J}_2$  com k elementos, e sejam

$s_1$  e  $s_2$  funções em  $S$  com a propriedade de :  $s_1 + s_2 = s$ . Se o conjunto independente  $I$  é  $s_1$ -maximal em  $\mathcal{J}_i^k$  ( $i = 1, 2$ ) então  $I$  é  $s$ -maximal em  $\mathcal{J}_{12}^k$ .

**Teorema :** O conjunto  $I \in \mathcal{I}_{12}^k$  é  $s$ -maximal se e somente se existem duas funções  $s_1$  e  $s_2$  tais que  $s_1 + s_2 = s$ , e  $I$  é  $s$ -maximal em  $\mathcal{J}_i^k$  ( $i = 1, 2$ ). Se ainda,  $s$  é um valor inteiro, então  $s_i$  pode ser escolhido de modo a ser também um valor inteiro [49].

**Teorema :** Sejam  $I_1, I_2, I_3 \dots$  conjuntos independentes de peso máximo resultado da intersecção de dois matróides que contém  $1, 2, 3 \dots$  elementos respectivamente [46]. Então :

$$s(I^{k+1}) - s(I^k) \leq s(I^k) - s(I^{k-1})$$